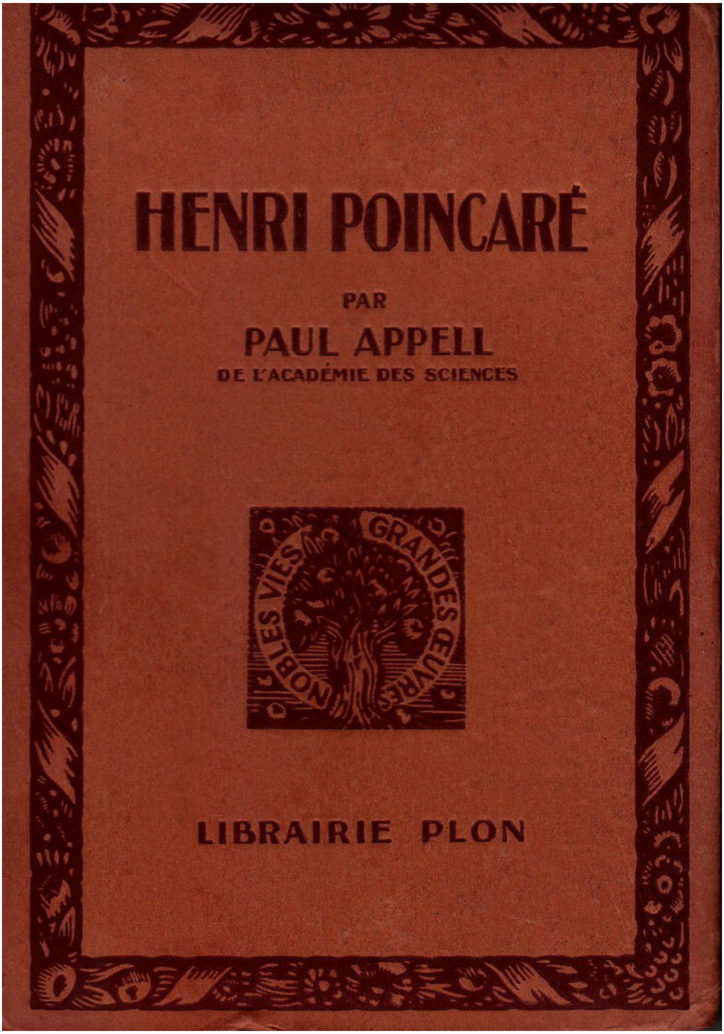
Henri Poincaré

par

Paul Appell

Gloubik Éditions

2015


HENRI POINCARÉ
PAR
PAUL APPELL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
NOBLES VIES GRANDES ŒUVRES
LIBRAIRIE PLON

Nobles vies - Grandes œuvres.

Henri Poincaré

par

Paul Appell

de l'Académie des Sciences.

Paris.

Librairie Plon

Plon-Nourrit Et Cie, Imprimeurs-Éditeurs 8, Rue Garancière -6e.

HENRI POINCARÉ
(1872)

Obéissant à des suggestions venues de toutes parts, nous avons décidé la création de cette nouvelle collection : « Nobles vies, grandes œuvres, » qui mettra à la portée de tous ce qui, dans une vie ou dans une œuvre, rayonne, crée un idéal, suscite les énergies, révèle les apostolats.

Les éducateurs et ceux qui soutiennent l'ascension de l'homme vers un idéal sans cesse plus élevé, sapent combien il est difficile aux jeunes gens ou à ceux que leurs occupations absorbent, d'arriver à se dégager de l'existence quotidienne par d'attrayantes lectures qui exaltent chez eux le goût que tout homme recèle en soi pour ce qui est beau, héroïque et grand.

Il manque toujours quelque chose aux livres d'imagination, et l'enthousiasme qu'ils provoquent est moins riche que celui que fait naître, par exemple, le récit de la pie mouvementée et généreuse d'un homme qui poursuit un idéal, et lui sacrifie tout. Certaines vies, certaines œuvres sont plus belles que les plus belles aventures imaginées. Mais on les connaît mal. La collection « Nobles vies, grandes œuvres » réunira peu à peu les plus lumineux exemples qui peuvent être donnés aux hommes.

Nous nous sommes assuré la collaboration de nos plus éminents écrivains. Estimant que la collection n'atteindrait pas son but si elle n'était vivante, et tenant à lui éviter tout caractère pédagogique, nous avons laissé à chacun des auteurs le soin de choisir, lui-même, un sujet qui lui fût familier et qu'il pût traiter d'enthousiasme, avec cette spontanéité que l'on apporte à parler de ce que l'on aime.

C'est ainsi qu'ont pris place dans la collection un Charles de Foucauld, par René Bazin, et un Guynemer, par Henry Bordeaux. Les deux grands auteurs, pour rentrer dans le cadre d'une collection destinée à tous les publics, ont bien voulu refondre les livres qu'ils avaient consacrés à ces héros. Ils les ont allégés de quelques documents qui n'étaient pas indispensables pour faire ressortir quel mouvement passionné anima leur vie.

À côté des deux biographies déjà citées, paraîtront des œuvres originales, dont les premières déjà parues sont :

Victor Hugo, par Mary Duclaux ; la Vie de J.-H. Fabre, le célèbre entomologiste, par Edouard Maynial ; Henri Poincaré, par Paul Appell.

Introduction

Quand les éditeurs de la collection Nobles vies grandes œuvres, m'ont demandé quelques page ; sur un des savants les plus illustres de notre époque, le nom d'Henri Poincaré m'est immédiatement venu à l'esprit. Aucune vie ne fut plus noble que la sienne ; aucune œuvre n'est plus grande.

Henri Poincaré a été, certes, le plus grand mathématicien de notre temps ; il a été l'un des plus grands philosophes de notre époque, et ses livres, que nous analyserons plus loin, sont une critique pénétrante des fondements de nos connaissances ; mais, à côté de sa profonde, de sa merveilleuse intelligence, don nature.l se rattachant à des hérédités proches ou lointaines, à un cerveau et à une organisation que la nature accorde rarement aux hommes il avait en outre, les qualités morales que chacun de nous peut acquérir et qui trouvent leur emploi dans toutes les situations, fussent-elles assez humbles ; l'amour de la vérité et du travail, le sentiment du devoir, le culte de la simplicité et de la modestie. Il pensait que chacun peut, dans sa sphère, faire œuvre d'intention et d'initiative, à condition. de choisir un sujet approprié à ses moyens. Dans un ouvrage comme celui-ci, ces qualités morales devaient être mises particulièrement en évidence : aussi ai-je consacré un chapitre entier à l'œuvre morale et sociale d'Henri Poincaré.

On dit souvent que l'on doit tel grand homme à telle ou telle école, que nous devrions Henri Poincaré au lycée de Nancy, à l'École polytechnique et à l'École des mines. Il est vrai qu'Henri Poincaré a fait ses études au lycée de Nancy, à l'École Polytechnique et à l'École des mines ; Mais si l'éducation, donnée par la famille, continue en quelque sorte l'hérédité et développe les qualités morales chez l'enfant, ni la famille, ni les écoles n'ont d'action profonde sur le développement intellectuel qui est le résultat de l'organisation personnelle ; en se bornant aux écoles, on dira seulement que le lycée de Nancy, l'École polytechnique, l'École des mines ont favorisé le développement prodigieux d'Henri Poincaré ; mais d'autres institutions l'auraient favorisé à un degré analogue ; on en a la preuve dans les origines scolaires très diverses des grands hommes de tous les pays et de tous les temps.

Je considère Henri Poincaré non seulement comme la plus belle intelligence de notre temps, mais aussi comme l'un des meilleurs Français que j'aie connus et comme l'une des figures les plus intéressantes que j'aie eu le bonheur de rencontrer dans ma vie.

C'était un ami excellent et fidèle, parfaitement accueillant d'ailleurs pour tous, et comme le dit un de ses élèves, M. Bühl, dans une notice qu'il lui a consacrée, on n'approchait jamais ce grand savant sans le trouver souriant et serviable.

Aux souvenirs personnels qui, étant données les conditions de notre vie côte à côte, s'offraient à moi en grand nombre, il m'« été facile de joindre d'autres témoignages sur cette belle existence entièrement consacrée à la science, à la famille, à la patrie, et, si ces quelques pages pouvaient faire revivre devant les jeunes gens, pour lesquels est crée cette nouvelle collection, la figure d'Henri Poincaré, j'en serais très heureux.

Chapitre premier

La famille – Les études au lycée.

Henri Poincaré appartenait à une vieille famille lorraine qu'on peut faire remonter jusqu'à Jean-Joseph Poincaré, conseiller au bailliage de Neufchâteau, dans les Vosges, mort en 1750.

La famille Poincaré comprenait des parlementaires et des soldats : un de ses membres fut avocat au Parlement de Nancy, un autre prit part, comme commandant, à la défense de Thionville contre les Prussiens en 1792. Poincaré fut élevé dans un milieu cultivé et laborieux, où l'exemple du travail sollicitait l'activité personnelle. Son grand-père paternel, Jules Nicolas, était pharmacien à Nancy, où il était venu s'établir rue de Guise, dans une maison caractéristique de la vieille ville, entre le palais ducal et la porte de la Craffe. C'est là que naquirent ses trois enfants, dont deux fils : en 1828, Léon, qui fut le père d'Henri Poincaré et de Mme Émile Boutroux, et en 1829, Antoni, qui fut le père de Raymond Poincaré, président de la République et de Lucien Poincaré, recteur de l'Académie de Paris. Léon Poincaré avait embrassé la carrière médicale ; il devint professeur à la Faculté de médecine de Nancy où il fut considéré comme un maître. La population laborieuse de Nancy saluait en lui son bienfaiteur. Antoni Poincaré devint inspecteur général des ponts et chaussées. Il convient de noter qu'il refusa le serment après le coup d'État de 1852.

C'est dans la vieille maison de la rue de Guise que naquit, le 29 avril 1854, le mathématicien Henri Poincaré. La ville de Nancy a fait apposer sur cette maison, un peu avant la guerre, une plaque commémorative offerte par l'Association des anciens élèves des lycées de Nancy, de Metz, de Strasbourg et de Colmar.

Sa mère était d'origine meusienne, de la petite ville d'Arrancy : C'était une femme alerte, vive, très bonne et très dévouée. Elle consacra tous ses soins à l'éducation de ses deux enfants et veilla, avec une constante et très intelligente sollicitude, sur leur développement. Deux des oncles maternels de Poincaré joignaient, à un amour très vif des choses de la terre, le goût de la géométrie et s'extasiaient au tableau noir. Sa sœur épousa Émile Boutroux, l'éminent philosophe en qui l'on reconnaît aujourd'hui encore un des hauts représentants de la pensée nationale. Mme Boutroux était une femme très intelligente ; elle fut la collaboratrice de son mari. Il est touchant de retrouver, dans les papiers du philosophe, ses cours et ses manuscrits recopiés de la main de sa femme et leurs deux écritures mêlées constamment. Malgré une santé très délicate, Mme Boutroux accompagnait son mari dans tous ses voyages. Quand elle mourut, en 1919, on comprit qu'il ne lui survivrait pas longtemps ; il est mort en 1921. Leur fils, Pierre Boutroux, les suivit de pT ès ; il était âgé de moins de quarante ans. Il s'était révélé, dès sa jeunesse, comme le digne héritier d'une tradition de famille incomparable ; il tenait à la fois de son père et de son oncle Henri. Esprit très original, il avait une pensée forte et des connaissances très variées. Sa courte existence a été féconde et bien remplie. Ayant occupé une place importante dans la philosophie et dans la science, il a également laissé le souvenir d'un noble caractère.

Notre confrère Antoine Thomas, de l'Académie des Inscriptions, a indiqué l'étymologie du nom devenu illustre, de la famille Poincaré. Il a découvert, en effet, un Petrus Pugniquadrati, étudiant à l'université de Paris en 1403. Ce nom est donc poing carré. Le nom poing, dit M. Antoine Thomas, entre encore dans quelques locutions pittoresques, où il se trouve combiné avec des participes passés. On dit : frapper à poings fermés, dormir à poings fermés, livrer pieds et poings liés, mais on ne parle plus de poings carrés. Il en était sans doute autrement, jadis.

L'enfance de Poincaré fut très choyée. A la suite d'une diphtérie, dont il fut atteint à l'âge de cinq ans, il eut pendant neuf mois une paralysie du larynx ; à la suite de cette maladie, il resta longtemps faible et timide, redoutant la pétulance et les brutalités de ses camarades, auxquels il préférait la société de sa petite sœur et les jeux tranquilles.

Dès son plus jeune âge, il eut la passion de la lecture, et sa mémoire était telle qu'il pouvait toujours dire à quelle page, à quelle ligne d'un livre, il avait vu telle ou telle chose. Il a, du reste, conservé cette précieuse faculté toute sa vie. On raconte qu'au retour d'un voyage, quelque long qu'il fût, il pouvait dire les noms de toutes les stations traversées, pourvu qu'il les eût entendu crier.

Dès son entrée au lycée, en neuvième, il fut le premier de sa classe. « J'ai eu sous les yeux, dit Darboux, un carnet que sa mère avait précieusement conservé et où se trouvent consignées toutes les notes et toutes les places que son fils avait eues pendant cette année de neuvième, Un simple coup d'œil jeté sur ces notes nous montre déjà un enfant au-dessus de la moyenne, mais elles ne font ressentir en rien ses futures aptitudes mathématiques ; tout au contraire, c'est surtout en histoire et en géographie qu'il se distinguait alors. Le carnet se termine par une composition française où l'on reconnaît déjà, encore mal formée, l'écriture anguleuse si caractéristique de notre confrère. Cette composition, qui se recommande par des qualités de sentiment et de style, bien rares à neuf ans, mérite le nom de petit chef-d'œuvre que lui avait appliqué le professeur. »

Nous savons par un de ses camarades, Xardel, qui devint plus tard général, qu'Henri Poincaré n'était pas l'écolier modèle, restant, pendant des heures assis devant sa table. Il allait et venait dans la chambre de sa mère, prenait part aux

conversations et paraissait occupé de toute autre chose que de faire ses devoirs. « Et puis, tout à coup, dit le général Xardel, il s'approchait de la table et, sans s'asseoir, posant un genou sur la chaise, il prenait sa plume de la main droite ou de la main gauche au hasard, écrivait quelques mots ou quelques lignes, puis reprenait ses allées et venues et la conversation interrompue. »

Après plusieurs stations de ce genre, le devoir se trouvait fait et bien fait. Henri Poincaré écrivait alors indifféremment de l'une ou de l'autre main, assez mal d'ailleurs. C'était un enfant tendre et charmant, doux et gentil avec ses camarades. Il ne faisait pas valoir sa supériorité, mais quand il tenait à quelque chose, rien ne pouvait vaincre sa résistance passive. Dès son enfance, il était distrait : une de ses distractions habituelles consistait à ne pas savoir s'il avait déjeuné.

Ce fut à la maison paternelle que Poincaré reçut, d'un instituteur émérite, la première teinture des choses ; il conversait avec son professeur, écoutant son enseignement, le plus souvent oral, enseignement un peu désordonné et dont la variété convenait à son esprit curieux et éveillé.

Pendant les premières classes qu'il suivit au lycée, de Nancy, Poincaré semblait si bien doué pour les lettres, qu'un de ses professeurs, excellent historien, souhaita l'attirer vers l'étude de l'histoire. Ce fut en quatrième que se révéla chez lui son aptitude pour les mathématiques. Émerveillé, son professeur alla un jour trouver sa mère et lui dit : « Madame, votre fils sera mathématicien. » Mathématicien, il le fut d'une manière géniale, mais sa facilité à tenir sous son regard les méthodes et les sciences humaines lui permit de les embrasser presque toutes. Pourtant, il poursuivit jusqu'au bout, avec le même succès, ses études classiques. Nous avons là-dessus le témoignage d'un de ses professeurs, M. de la Roche du Teilloy : « Qu'il m'est doux, écrit-il dans l'Annuaire des anciens élèves du lycée de Nancy (1921) de louer Henri Poincaré que j'ai si bien connu et tant aimé, qui devenait mon ami quand il était encore mon élève. Comme je comprenais l'admiration qu'inspirait à Voltaire finissant le jeune sage Vauvenargues. Pendant la guerre de 1870, Je fus, Jusqu'à Pâques, chargé d'une partie de la rhétorique. Je fis enfin connaissance d’Henri Poincaré. Quel élève supérieur et original ! Un jour que je lui avais proposé comme sujet de composition, les différences entre l'homme et l'animal, après m'avoir lu son travail jeté sur de petits morceaux de papier de tous formats, il me demanda quelle note probable il obtiendrait à l'examen ; je lui répondis que je ne saurais dire ; que c'était trop personnel, trop original, trop osé, trop fort même pour un candidat au baccalauréat. Désirant conserver cette étude curieuse, je lui fis promettre de me la copier. Sa modestie ne lui permit pas de tenir parole. D'ailleurs au baccalauréat, il fit une dissertation très distinguée sur cette question : Comment une nation peut se relever ? dont M. de Margerie fut vivement frappé. »

À l'époque où Poincaré était au lycée, il existait à partir de la seconde ce qu'on appelait la bifurcation. Les élèves sortant de troisième entraient en seconde lettres ou en seconde sciences. Poincaré entra en seconde lettres, acheva ses études classiques et fut reçu bachelier ès lettres, le 5 août 1871, avec la mention bien. Voici le procès-verbal de cet examen :

Baccalauréat ès lettres.

Subi le 5 août 1871 par Poincaré (Jules-Henri).

			Coefficients	*Notes*
Épreuve écrite	*Composition latine*		*1*	*4*
	Version latine		*1*	*2*
	Composition française		*1*	*3*
Épreuve orale	*Explication d'un auteur*	*grec*	*1*	*3*
		latin	*1*	*2*
		français	*1*	*2*
	Philosophie		*1*	*2*
	Histoire et géographie		*1*	*3*
	Éléments de sciences		*1*	*3*
			1	*3*
	Épreuve facultative d'allemand		*1*	*3*
				29

Note maximum : 5

Mention : Bien

Il se prépara au baccalauréat ès sciences pendant les vacances et s'y présenta le 7 novembre 1871. Il faillit être refusé. Il l'aurait probablement été si le jury ne l'avait pas connu.

Sa note de mathématiques à l'écrit fut 0 sur une question relative aux progressions géométriques et sa note de physique 2. Voici le procès-verbal de cet examen, pour lequel Poincaré était dispensé de la partie littéraire.

Baccalauréat ès sciences

Subi le 7 novembre 1871 par Poincaré (Jules-Henri).

		Coefficients	*Notes*
Épreuve écrite. Composition scientifique		*1*	*0*
		1	*2*
Épreuve orale	*Mathématiques*	*1*	*3*
		1	*4*
	Sciences physiques	*1*	*2*
		1	*4*
			15

Mention : Assez bien.

Nous signalons encore une fois, ce zéro à l'écrit en mathématiques au baccalauréat ; Il s'agissait d'une composition sur une question du programme. Si les examinateurs n'avaient pas su ce qu'était Henri Poincaré, ils ne l'auraient peut-être pas fait admissible. Heureusement Ils connaissaient ses succès au lycée ; sa réputation s'était étendue jusqu'à la Faculté ! Peut-on imaginer une meilleure réponse à ceux qui voudraient que les candidats fussent inconnus des examinateurs et que l'admissibilité se fît sur des copie numérotées, le nom venant s'inscrire à côté du numéro, seulement quand la liste serait arrêtée *ne varietur*.

À la fin de l'année scolaire 1872, Poincaré obtint le premier prix de mathématiques élémentaires au concours général, et se présenta, pour faire plaisir a son professeur Lecomte, à l'École forestière, où il fut reçu deuxième.

Il fit une année de mathématiques spéciales en 1872-73. C'est là que je fis sa connaissance.

Le Jour de la première classe, un camarade me dit en montrant Poincaré : « Voilà un type très fort ; il vient d'être reçu second à l'École forestière ; il a remporté le premier prix de mathématiques élémentaires au concours général, il a résolu tout seul l'année dernière le problème donné à l'École polytechnique. »

La physionomie de Poincaré me frappa ; il n'avait pas, à première vue, le type ordinaire de l'élève intelligent ; il était comme absorbé dans des pensées intérieures, avec des yeux en quelque sorte voilés par la réflexion ; quand il parlait, ses yeux s'animaient d'une expression de bonté, à la fois malicieuse et profonde. Je me sentis attiré vers lui ; comme nous étions externes tous deux, nous échangeâmes quelques mots en sortant. Je fus frappé de sa façon de parler un peu brève et saccadée, entrecoupée de longs silences.

Dès les premières interrogations en classe, sa supériorité apparut éclatante ; il répondait aux questions en supprimant les raisonnements intermédiaires, avec une brièveté et une concision telles que le professeur lui demandait toujours de développer ses réponses ; il lui disait : « Si vous répondez ainsi à l'examen, vous risquez de n'être pas compris. » Ce professeur, Elliot, ancien élève de l'École normale supérieure, agrégé de mathématiques, était un mathématicien de valeur. Pendant les vacances de Pâques 1873, il dit à son camarade Liard : « J'ai dans ma classe à Nancy un monstre de mathématiques. » Il parlait de Poincaré.

Nous prîmes l'habitude, Poincaré et moi, de causer en sortant de classe, et bientôt nous fûmes tout à fait liés.

Deux de nos camarades demeuraient assez loin du lycée : l'un, Nancéien, Henry, mort aujourd'hui après une carrière universitaire, habitait en ville, rue de Malzéville ; l'autre, Strasbourgeois, Hartmann, aujourd'hui colonel d'artillerie en retraite, chef des travaux de mécanique à l'École polytechnique, habitait le village de Malzéville. Accompagner ces deux camarades devint notre promenade quotidienne, après la classe de l’après-midi. Nous ne prenions pas toujours le chemin le plus court. Parfois, tout en discutant un problème de mathématiques, nous interrompions notre promenade ; sur le mur voisin, Poincaré traçait du doigt une figure géométrique idéale qui nous aidait à suivre son raisonnement. Après avoir traversé la grande rue Ville-Vieille, nous franchissions les portes de la Craffe et de la Citadelle, pour arriver jusqu'à la rue de Malzéville où nous laissions Henry ; quelquefois, nous allions plus loin, mais d'ordinaire nous revenions, Poincaré et moi, seuls ou avec Hartmann, et nous allions jusqu'à la porte de Poincaré, 6, rue Lafayette. Nous parlions des grands événements qui venaient de bouleverser notre pays, de la guerre, de la Commune, de la libération du territoire, de l'Alsace-Lorraine et de son immuable attachement à la France ; puis aussi des incidents de la vie publique, de l'élection Barodet-Rémusat, des débats de l'Assemblée, nationale, des partis politiques.

Nancy était occupé par les vainqueurs ; la tristesse de la défaite, l'annexion de l'Alsace-Lorraine pesaient lourdement sur nos entretiens, mais nous avions une confiance entière dans l'avenir ; nous désirions que Thiers pût fonder une République ordonnée et active, qui nous apparaissait comme le régime le plus capable de relever la patrie et de lui rendre sa place dans le monde. Cette opinion, qui était celle de la grande majorité de nos camarades, se manifesta quand Thiers fut renversé le 24 mai ; une adresse de sympathie et de protestation au président tombé, circula sur les bancs, pendant une classe d'allemand, et fut signée par tous les élèves de spéciales, à l'exception d'un seul.

Dans nos promenades, nous parlions aussi, comme on peut le penser, de nos études, des problèmes posés par notre professeur, des généralisations qu'on pouvait leur apporter, des solutions fournies par la géométrie. La recherche des solutions géométriques est une tradition qui disparaît sous l'abus du calcul ; et, cependant, pour développer l'intelligence et l'initiative, rien ne vaut la vue directe des choses. Il nous arrivait quelquefois de philosopher : Poincaré souriait doucement de la psychologie et de la théodicée naïves qu'on enseignait alors en vue du baccalauréat : Je me souviens également de longues conversations sur les raisons scientifiques et philosophiques de croire à l'existence de la vie dans d'autres planètes.

Nous ne pensions qu'à l'École polytechnique ; notre professeur nous engagea à nous présenter en même temps à l'École normale.

Nous nous rendîmes ensemble à Paris pour passer l'examen oral de l'École normale. A cet examen, on faisait faire aux candidats une épure de géométrie descriptive. Dans l'épure qui nous fut proposée, il s'agissait de trouver les projections de l'intersection de deux quadriques : la projection horizontale était une courbe du quatrième ordre : Poincaré, qui trouvait probablement très ennuyeux d'employer les méthodes classiques et de tracer des lignes de rappel, calcula l'équation de cette courbe, mais en la dessinant sur le papier, il la plaça à l'envers, la retournant de 180 degrés. L'examinateur fut très intrigué par cette solution à la fois inexacte et parfaite.

Après le concours de l'École normale, nous revînmes à Nancy, faire les compositions écrites pour l'École polytechnique, du 4 au 6 août 1873. Nous trouvâmes la ville dans l'allégresse ; des drapeaux partout, à toutes les maisons, à toutes les voitures, jusqu'aux charrettes des laitiers et des maraîchers ; les troupes allemandes venaient de partir, et précisément pendant une composition de dessin l'avant-garde de l'armée française fit son entrée à Nancy. Jour de joie et de délivrance, bien mélancolique pour les Alsaciens qui pensaient que la libération du territoire français allait s'arrêter, pour longtemps peut-être, aux Vosges. Poincaré, rendu nerveux par l'émotion, avait particulièrement mal réussi son lavis, exercice auquel il n'excellait pas d'ailleurs ; il avait collé sa feuille de papier trop vite, puis étendu trop rapidement les couches d'encre de. Chine successives, avant que les précédentes fussent sèches. Il avait hâte de rejoindre, à l'Hôtel-de-ville, sa famille qui attendait l'arrivée des troupes françaises sur la place Stanislas.

Poincaré eut de nouveau le premier prix de mathématiques au concours général ; cette fois pour la classe de spéciales. Il fut reçu premier à l'École polytechnique et cinquième seulement à

l'École normale supérieure, à l'étonnement de tous ceux qui le connaissaient. Il choisit l'École polytechnique et moi l'École normale. À partir de ce moment nous ne fûmes plus ensemble, mais Poincaré venait me voir à l'École normale et j'allais le voir à l'École polytechnique.

Chapitre II

L'École polytechnique, l'École des mines, la Faculté des Sciences de Caen.

Henri Poincaré, élève à l'École polytechnique (1873-1875), suivait les cours avec d'autant plus de facilité qu'il en connaissait déjà, par ses lectures antérieures, les éléments essentiels. On sait qu'à l'École on distribue aux élèves, pour compléter les notes prises par eux aux cours, des feuilles lithographiées rédigées par les professeurs. Poincaré ne prenait pas de notes et écoutait les bras croisés ; il n'étudiait guère les feuilles ; il avait néanmoins aux interrogations des points qui le classaient premier. Quelquefois, aux récréations, il se promenait dans la cour de l'École, en tenant par le bras deux de ses camarades, mais sans se mêler à la conversation et sans prendre part aux discussions si vives à cette époque ; d'autres jours, il marchait seul en faisant, suivant une habitude invétérée, tourner l'anneau de son trousseau de clefs autour de l'index de sa main droite. C'est, également, en se promenant dans la salle d'études ou dans les couloirs et en faisant tourner ses clefs, qu'il repassait les cours entendus et les articles lus. Très serviable pour les autres élèves, il était trop absorbé par son travail cérébral pour les intéresser à lui ; réservé et pensif, il était incompris de presque tous ses camarades de promotion, qui l'admiraient de confiance, mais avec lesquels il n'avait aucune affinité. Il ne s'intéressait en effet qu'aux ,spéculations abstraites, dans une école dont le but essentiel est de préparer à des carrières actives d'officiers ou d'ingénieurs. Il vivait trop loin et trop haut pour être apprécié à sa vraie valeur.

Exceptionnellement, mais d'une façon brusque et saccadée, il sortait de son rêve pour se mêler aux autres élèves. C'est ainsi qu'à la rentrée de ses conscrits, en 1874, il reconnut parmi eux des camarades de Nancy ; il se mit alors à la tête d'une bande d'anciens et prit une part-active aux brimades traditionnelles. Il voyait d'ailleurs, sans en avoir l'air, tout ce qui se passait autour de lui ; ainsi, un jour que son conscrit Hartmann, de Nancy, dont j'ai parlé dans le chapitre précédent, s'exerçait dans la salle de jeux de l'École au billard, sport dans lequel Hartmann était d'ailleurs très maladroit, celui-ci réussit un carambolage. Poincaré qui se promenait dans la salle, et qui paraissait complètement absent, vit le coup, et prenant la craie à marquer, écrivit, en grosses lettres sur le billard : « Hartmann a fait un carambolage. »

Entré premier, Henri Poincaré ne reçut à la sortie que le deuxième rang. Il « piqua », comme disent les élèves, une mauvaise note à l'examen final de géométrie et de stéréotomie fait par Jules de la Gournerie. L'incompétence en dessin d'H. Poincaré, qui avait déjà failli compromettre son numéro d'entrée, contribua certainement à lui faire perdre le numéro 1 ; peut-être aussi ses raisonnements de voyant, pour qui l'évidence est déplacée, indisposèrent-ils l'examinateur. Les lignes pointillées que Poincaré traçait au tableau devaient être des droites convergentes ; elles n'étaient ni droites ni convergentes. Cela importait peu à l'homme qui savait qu'elles devaient être l'un et l'autre, et qui se rendait compte de la nécessité pratique d'approximations aussi grandes que possible. Le major de sortie fut Bonnefoy qui devait, quelques années plus tard, trouver une mort glorieuse en allant à la suite d'un accident, faire une enquête dans une mine particulièrement dangereuse. Mon confrère M. Lecornu, ingénieur en chef des mines, professeur à l'École polytechnique, entré premier en 1872 eut Poincaré comme conscrit à l'École polytechnique et à l'École des mines. Il l'a beaucoup fréquenté : partis l'un de Caen, l'autre de Nancy, ces deux mathématiciens se lièrent à l'École où ils étaient majors de deux promotions consécutives. Poincaré avait, dès cette époque, l'habitude qu'il a longtemps conservée, de prendre son interlocuteur familièrement par le bras et de l'obliger à marcher avec lui, d'une façon d'ailleurs très irrégulière ; il s'élançait brusquement, puis s'arrêtait et revenait en arrière ; il était alors animé d'un mouvement analogue au mouvement que les physiciens ont appelé le mouvement brownien.

À l'École des mines, où la promotion venant de l'École polytechnique comprenait trois élèves ingénieurs, Poincaré, continuant à s'occuper de mathématiques, négligea complètement les cours d'application ; mais il s'intéressa particulièrement au cours de minéralogie ; d'après un renseignement que je dois à l'obligeance du directeur de l'École M. Chesneau, le professeur Mallard donna à Poincaré la note 17,40, alors que ses deux camarades, avec une note au-dessous de 16, durent repasser, l'année suivante, l'examen de minéralogie particulièrement difficile à cette époque, parce que Mallard consacrait un grand nombre de leçons à la cristallographie mathématique et physique. Mais, pour l'ensemble des cours Henri Poincaré se classa le troisième de sa promotion ; en tête venait Petitdidier, puis Bonnefoy, puis Poincaré.

On sait que le règlement de l'École impose aux élèves ingénieurs deux voyages d'études à l'étranger, de cent jours chacun, l'un à la fin de la deuxième, l'autre à la fin de la troisième année.

Pendant l'été de 1877, Poincaré fit en Autriche-Hongrie un voyage d'études à la suite duquel il a rédigé deux mémoires, l'un sur l'exploitation des mines de houille de la Statsbahn de Hongrie, l'autre sur la fabrication de l'étain dans le Banat. Ce voyage fut fait avec Lecornu : aussi vais-je laisser la parole à ce dernier.

« Poincaré m'émerveillait, dit Lecornu, non seulement par ses dons d'intuition, mais aussi par son imperturbable mémoire ; il connaissait toutes les dates importantes de l'histoire, tous les horaires de chemin de fer, etc. Il recevait fréquemment de longues lettres de sa sœur, la future Mme Boutroux, et les savourait avec un air de profonde béatitude. C'était un gai et aimable compagnon, chantant volontiers cette curieuse chanson lorraine que j'ai retenue à force de l'entendre :

Jésus déguisé en pauvre :
Faites-moi la charité ;
Des miettes de votre table.
Je ferai bien mon dîner.
Les miettes de notre table,
Les chiens les mangeront bien.
Ils nous rapportent des lièvres ;
Vous ne nous rapportez rien.
Madame, qu'êtes en fenêtre,
Faites-moi la charité.

Ah ! montez, montez bon maître,
Un bon lit vous trouverez.
Dans quinze jours vous mourrez.
Au paradis vous irez.
Et votre mari, madame,
En enfer ira brûler.

Poincaré fut, dans ce voyage, sujet à de singulières distractions. Nous n'y insisterons pas ; il est impossible à un homme de vivre uniquement par la pensée et de ne pas faire certains gestes instinctifs qui sont appelés distractions par les profanes.

L'année suivante, Poincaré fit en commun avec Bonnefoy, en Suède et en Norvège, un voyage à la suite duquel il rédigea, de nouveau, deux mémoires sur les exploitations minières des pays scandinaves.

Par décret du 28 mars 1879, Henri Poincaré fut nommé ingénieur ordinaire des mines de troisième classe ; il fut chargé du sous-arrondissement minéralogique de Vesoul et attaché, en outre, au contrôle de l'exploitation des chemins de fer de l'Est. Dans sa courte carrière administrative, il se fit remarquer par son sang-froid et son amour du devoir. En dépit d'un danger menaçant, il descendit dans un puits de mine où couvait l'incendie, à la suite d'une explosion de grisou qui avait fait seize victimes. En l'année 1879, il devint docteur ès sciences mathématiques à la suite d'une thèse sur l'intégration des équations aux dérivées partielles à un nombre quelconque d'inconnues, soutenue à Paris devant un jury composé de Bonnet, de Bouquet et de Darboux. À ce moment il avait en tête bien d'autres idées ; il s'occupait déjà de la théorie des fonctions fuchsiennes, comme on va le voir.

Quelques mois à peine après cette soutenance, il quitta tout service actif dans les mines et fut, par un arrêté du 1er décembre 1879, mis à la disposition du ministre de l'Instruction publique pour être chargé du cours d'analyse mathématique à la Faculté des sciences de Caen.

« J'étais à ce moment, dit Lecornu, depuis quelques mois, ingénieur dans cette ville, qui est ma ville natale. Par suite d'un malentendu, Poincaré s'était figuré, avant d'obtenir son nouveau poste, que je songeais à changer de résidence, ce qui lui eût permis de cumuler les fonctions de professeur avec celles d'ingénieur. Voulant en avoir le cœur net, il m'avait adressé, le 15 novembre 1879, une dépêche ainsi conçue : « Est-il vrai tu veuilles quitter Caen. Réponds Feuillantines, 67, Paris. Donne renseignements, Poincaré. » Je lui répondis qu'il avait été mal renseigné. Quelques jours après, je reçus de lui une lettre curieuse, en style biblique.

« Je dois dire que l'enseignement de Poincaré à Caen n'enthousiasmait pas ses élèves. Il avait la parole très hésitante, et, de plus, ne s'inquiétait pas de rendre claires à des débutants des choses qui lui apparaissaient comme intuitives. Il était, à cette époque, plus distrait que jamais. Je me souviens qu'invité par moi à dîner chez mes parents le 31 décembre 1879, il passa la soirée à se promener de long en large, n'entendant pas ce qu'on lui disait ou répondant à peine par monosyllabes, et oubliant l'heure à tel point que passe minuit, je pris le parti de lui rappeler doucement que nous étions maintenant en 1880. Il parut, à ce moment, redescendre sur la terre et se décida à prendre congé de nous.

« Quelques jours après, m'ayant rencontré sur le quai du port de Caen, il me dit négligemment : *Je sais maintenant intégrer toutes les équations différentielles.* Les fonctions fuchsiennes venaient de naître, et je devinai alors à quoi il songeait en passant de 1879 à 1880. »

Lors du voyage que fit en Normandie dans l'année 1880, la promotion qui suivait la sienne de quatre années, H. Poincaré vint de Caen se joindre à ses conscrits et suivit leur voyage avec beaucoup d'entrain et de goût. « Il m'a paru, dit M. Chesneau, modeste et timide, dans notre course de Normandie, et ses camarades ne se sont pas doutés du génie scientifique qui couvait dans son cerveau. » Je suppose qu'il était alors en possession des théorèmes fondamentaux de sa théorie des fonctions fuchsiennes et qu'il était heureux de se délasser avec des camarades.

À la Faculté de Caen, le recteur Capmas, à l'occasion de la rentrée solennelle de 1880, appréciait comme il convient la nomination de Poincaré ; dans la feuille de renseignements confidentiels relatifs à l'année 1880-1881, se trouve la mention suivante : « M. Poincaré est un mathématicien de grand mérite, toujours obsédé par l'objet de ses recherches. »

Vers la fin de son séjour à Caen, Poincaré épousa Mlle Poullain d'Andecy, de la famille des Geoffroy Saint-Hilaire ; après son retour à Paris, il fut un temps assez long sans enfants : puis il en eut quatre : trois filles et un fils qui a été un brillant élève de l'École polytechnique.

Chapitre III

La Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

Par arrêté ministériel en date du 19 octobre 1881, M. Lemonnier, professeur de mathématiques spéciales au lycée Henri IV, en congé, fut chargé du cours d'analyse mathématique à la Faculté des sciences de Caen, en remplacement de M. Poincaré nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Paris. Quatre ans après, Poincaré était chargé du cours de mécanique physique et expérimentale et enfin, en août 1886 il succédait à l'illustre Lippmann dans la chaire de Physique mathématique et calcul des probabilités.

En venant à la Sorbonne, Henri Poincaré renonçait définitivement à toute carrière d'ingénieur : son naturel reprenait le dessus. Nulle carrière en effet ne se prête plus aux spéculations scientifiques que celles de professeur dans un établissement d'enseignement supérieur et j'entends par ce mot non seulement les universités, mais tous les établissements analogues, qu'ils dépendent de l'État ou qu'ils soient libres, dans lesquels se dispense l'enseignement supérieur, c'est-à-dire un enseignement de première main reposant essentiellement sur la recherche et soumis au seul contrôle des auditeurs. Quand Poincaré fut nommé à Paris, les fonctions de *maître de conférences* venaient d'être crées ; elles avaient pour but d'adjoindre, au professeur titulaire, une sorte de répétiteur qui interrogeait les élèves s'assurait qu'ils avaient étudié le cours en le comprenant et leur donnait des devoirs qu'il corrigeait. Henri Poincaré, avec sa conscience habituelle, s'acquitta à merveille de cette tâche un peu dépendante ; il vola de ses propres ailes, dans une liberté complète, à partir du jour où il fut chargé de cours ; il put alors enseignner à ses auditeurs ses propres travaux et, quand Il fut professeur de physique mathématique et de calcul des probabilités, il fit chaque année un cours nouveau, en parcourant le cycle complet des hautes questions de physique qui pouvaient être traitées mathématiquement. Les leçons de Poincaré ont été recueillies par les élèves et publiées presque toutes mais malheureusement pas toutes, par les soins de l'Association des élèves et anciens élèves de la Faculté des sciences. Cette publication est un monument élevé à la science française. Elle a été faite avec l'autorisation d'Henri Poincaré, mais sans son concours. Poincaré considérait sa tâche comme terminée quand il avait libéralement donné ses idées à ses auditeurs ; c'était leur affaire de recueillir ses leçons et de les imprimer si bon leur semblait : exemple admirable de désintéressement scientifique.

Comme maître de conférences, puis comme professeur, Henri Poincaré eut à faire passer des examens de doctorat, de licence et de baccalauréat. Partout il apportait la même conscience, le même zèle scientifique, la même bonne humeur. Son élève Bühl nous a conservé le récit d'un examen d'astronomie auquel il a assisté : « C'était, dit-il, en juillet 1899. Je subissais à la Sorbonne les épreuves du certificat d'astronomie. Une fois interrogé, j'écoutais les réponses de mes camarades. L'un d'eux, très jeune (ceci a de l'importance pour la suite), ne brillait pas ; Henri Poincaré qui l'examinait, diminuant peu à peu ses exigences, finit par lui poser de toutes petites questions de cosmographie et notamment celle-ci : *combien y a-t-il de petites planètes ?* nous étions, je le répète, en 1899, année pour laquelle l'*Annuaire du bureau des Longitudes* indique 445 de ces astéroïdes. Malheureusement pour lui, après de longues hésitations, le candidat opina pour 150. Du coup l'examinateur, qui attendait la réponse en se promenant les mains derrière le dos, s'arrêta net et répliqua malicieusement : *Il doit y avoir longtemps que vous avez appris cela*. »

Le baccalauréat était tellement au-dessous des professeurs de .la, Sorbonne, qu'un étranger auquel on exposait, à cette époque, le système suivi en France, a pu dire : « Les Français emploient des rasoirs pour tailler des bûches. » Et cependant Henri Poincaré corrigeait les compositions et faisait les examens oraux avec une conscience et un soin touchants, tout pénétré de l'importance de l'examen pour les Jeunes gens qui devaient le subir.

Je ne reproduis pas ici les titres des volumes de Mécanique et de Physique, au nombre d'une dizaine, que l'Association des élèves et anciens élèves de la Faculté des sciences a publiés pour conserver les cours d'H. Poincaré.

Lorsque Tisserand fut enlevé à la science par une mort soudaine, le vœu unanime de la Faculté des sciences porta Poincaré à la chaire de mécanique céleste, où il fut nommé le 5 novembre 1896. Des travaux antérieurs l'avaient préparé à cet enseignement ; ses collègues espéraient que son génie mathématique, sa connaissance de toutes les ressources de l'analyse, sa façon d'entrer tout armé au cœur d'un sujet pour en briser en quelque sorte, les difficultés, le conduiraient à réaliser d'importants progrès dans ce nouveau domaine. Leur attente ne fut pas trompée : les méthodes puissantes déjà indiquées par Poincaré dans son célèbre mémoire sur le problème des trois corps, couronné en 1889 par le roi Oscar de Suède (*Acta mathematica*, t. XIII) furent développées par lui et appliquées aux divers problèmes de la mécanique céleste ; je citerai les principales : les théories des solutions périodiques, des invariants intégraux, des solutions des équations aux variations ; les recherches sur les figures d'équilibre d'un liquide qui tourne autour d'un axe et dont les particules s'attirent suivant la loi de Newton ; la démonstration de l'existence des figures d'équilibre autres que l'ellipsoïde, figures annulaires, figure en forme de poire ; la discussion de la stabilité fondée sur la considération toute nouvelle des séries de figures et des figures de bifurcation ; les applications de la théorie des intégrales doubles et de leurs périodes. À côté de ces résultats précis, il convient de placer les prévisions philosophiques formant souvent une sorte de roman scientifique plus passionnant que la froide réalité : c'est ainsi que les recherches d'Henri Poincaré sur la figure en forme de poire d'une masse fluide en rotation permettent d'entrevoir comment, à l'époque où la terre était fluide, la lune a pu se détacher d'elle ; un Anglais, Jeans, a poursuivi l'étude de la figure en forme de poire jusqu'à la rupture de la masse totale en deux masses distinctes dont la petite tourne autour de la grande.

À cette occasion, Poincaré rajeunit et renouvela les principes de la mécanique analytique, les théorèmes de

Poisson et de Jacobi. Il publia successivement deux ouvrages qui auront, sur les progrès de la mécanique céleste, une influence comparable à celle des ouvrages de Laplace : les méthodes nouvelles en mécanique céleste, et les leçons de mécanique céleste. La dernière publication, correspondant à cet enseignement, fut son livre sur les hypothèses cosmogoniques, leçons rédigées par M. Vergne.

Telle est brièvement résumée la belle carrière de Poincaré à la Sorbonne ; j'ai pu la suivre du point de vue administratif, d'une façon spéciale, comme doyen, de 1903 à sa mort. Il a toujours montré le plus scrupuleux attachement à son devoir, il n'a jamais demandé aucune faveur, il a donné à la Faculté son dernier effort scientifique, en venant au Conseil la veille du jour où il entrait dans la maison de santé, dont il ne devait pas sortir vivant.

Chapitre IV

L'œuvre scientifique d'Henri Poincaré

Il ne s'agit pas ici d'analyser les travaux d'H. Poincaré comme ils mériteraient de l'être, car cet ouvrage n'est nullement technique. Je me bornerai à indiquer en langage courant, aussi élémentaire que possible, les principaux aspects de l'œuvre magnifique du grand Lorrain, à commenter, en outre, quelques rapports faits à l'étranger.

On jugera d'ailleurs immédiatement de l'importance de cette œuvre, par l'énumération des seuls titres sous lesquels on peut la classer :

1° Les mathématiques ;

2° La mécanique et l'astronomie ;

3° La physique ;

4° La géographie ;

5° La philosophie.

1° Les mathématiques.

C'est dans la première période de la vie d'Henri Poincaré ; au temps de l'École des mines, de l'université de Caen, aux débuts du savant à l'université de Paris, que se placent les admirables travaux de notre confrère sur les courbes définies par des équations différentielles, sur les groupes des équations différentielles linéaires, sur les fonctions analytiques en général, sur les transcendantes entières, sur les fonctions θ, et enfin sur les fonctions qu'il a appelées fuchsiennes et kleinéennes et qu'on doit p1utôt appeler automorphes, suivant la dénomination adoptée en Allemagne. On sait que les fonctions circulaires admettent une période ; par exemple :

$$\sin(z+2\pi)=\sin z$$

les fonctions elliptiques sont des fonctions uniformes admettant deux périodes dont le rapport est complexe :

$$f(z+\omega)=f(z), f(z+\omega')=f(z)$$

elles reprennent les mêmes valeurs aux points homologues d'une sorte de damier, composé de parallélogrammes dont les sommets ont pour affixes, dans le plan complexe, les points :

$$z = m\omega + m'\omega' \quad \text{(m et m' entiers).}$$

Les fonctions automorphes f (z) reprennent la même valeur quand on fait subir à la variable z certaines substitutions de la forme :

$$\frac{az+b}{cz+d} \quad \text{(a,b,c,d constantes déterminées),}$$

formant un groupe discontinu :

$$f\left(\frac{az+b}{cz+d}\right) = f(z)$$

Ces fonctions reprennent les mêmes valeurs aux points homologues d'une sorte de damier dont les cases sont limitées par des arcs de cercles. L'exemple le plus simple de cette sorte de fonctions avait été donné par Hermite, dans ses recherches sur la fonction modulaire de la théorie des fonctions elliptiques. Poincaré ayant établi la théorie générale des fonctions automorphes et donné leur représentation par des séries, en fit des applications, d'une part à l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients algébriques, d'autre part à la géométrie sur une courbe algébrique et à la théorie des intégrales abéliennes ; il établit notamment le résultat suivant : les cordonnées d'un point d'une courbe algébrique de genre quelconque peu vent être exprimées en fonctions automorphes d'un paramètre, de même que les cordonnées d'un point d'une courbe des genres 0 ou 1 peuvent être exprimées en fonctions rationnelles ou elliptiques d'un paramètre. Suivant l'expression de G. Humbert, cette analyse donna à H. Poincaré les clefs du monde algébrique.

C'est également à cette époque que se rapportent ses travaux d'arithmétique et d'algèbre sur les nombres complexes, les formes quadratiques, les formes cubiques ternaires, les déterminants d'ordre infini, les fonctions fuchsiennes et l'arithmétique.

L'histoire de la découverte des fonctions fuchsiennes et kleinéennes est racontée tout au long dans un volume des *Acta mathematica* publié à Stockholm après la guerre par le professeur Mittag-Leffler. On y verra comment le génie peut remporter des victoires qui ne coûtent pas de sang : le professeur Klein de Gœttingen, le professeur Fuchs de Berlin, et leurs élèves en Allemagne, étaient sur la piste de fonctions qui reprennent la même valeur par une substitution linéaire appartenant à un certain groupe. Mais avant qu'ils fussent arrivés à définir les groupes en question et à former les fonctions correspondantes, le problème était résolu complètement par Poincaré. Celui-ci, pour reconnaître les efforts, du professeur Fuchs, donna généreusement a certaines de ses fonctions le nom de fonctions fuchsiennes ; mais Klein avait des titres égaux à ceux de Fuchs, et alors pour les fonctions d'un autre groupe, Poincaré employa le nom de fonctions kleinéennes. Ces dénominations ne resteront pas et il semble plus naturel d'employer, pour désigner les fonctions en question, le nom de fonctions *automorphes*, car si l'on voulait leur attacher un nom d'homme il faudrait leur donner un nom rappelant celui d'Henri Poincaré.

« Cette découverte, dit Frédéric Masson en recevant

Henri Poincaré à l'Académie française a constitué pour la science française une victoire véritable. Depuis quelques années, les géomètres allemands tournaient autour de la maison sans en trouver la porte. Vous l'aviez déterminée et au même moment ouverte. C'est un « rapt » a-t-on dit, que vous avez fait à l'Allemagne et le commentaire qu'on donne à ce mot explique votre rôle et en caractérise l'importance.

« Les mathématiciens d'outre-Rhin élevés et grandis dans l'habituelle société de maîtres souvent éminents, développent leur culture par la communauté des conversations et des réflexions et s'efforcent solidairement, sous l'œil bienveillant du professeur, dont ils forment en quelque façon la famille ; de là le nombre et la qualité des géomètres du deuxième et du troisième ordre ; mais, pour ceux du premier, le séminaire ne sert de rien ; les hommes de génie, en mathématiques comme ailleurs, se forment seuls ; c'est ainsi que vous ne procédiez de personne, que vous n'apparteniez à aucune école, et vous n'aviez pas trente ans.

« Cela, paraît-il, n'est point pour étonner. Au don natif, la jeunesse semble ajouter une faculté de vigoureuse abstraction, un pouvoir de creuser la pensée qui diminue plutôt avec l'âge. Tous les grands géomètres ont été précoces : Gauss, Abel, Jacobi, Cauchy, Riemann avaient accompli la partie maîtresse de leur œuvre ou fait connaître leurs idées fondamentales avant qu'ils eussent trente ans. Vous étiez dans la bonne moyenne : vous en aviez vingt-sept. »

Sur l'ensemble de l'œuvre mathématique d'Henri Poincaré, on tire un témoignage assurément impartial, dans le commencement du rapport sur le prix Bolyai présenté par M. Gustave Rados à l'Académie hongroise des sciences, rapport dont je vais serrer la traduction d'aussi près que possible ; je m'excuse de ce que l'exposé fait d'après ce rapport peut présenter de technique ; je m'excuse aussi des répétitions que je suis obligé de faire pour présenter avec plus de détails les idées principales.

Après avoir déclaré qu'Henri Poincaré est le premier et le plus puissant chercheur de l'époque dans le domaine des mathématiques pures et de la physique mathématique, M. Rados reconnaît en lui des qualités profondes d'intuition géométrique et mécanique constituant les éléments initiaux et les points de départ de ses pénétrantes recherches ; H. Poincaré, dit-il, apporte dans leur développement une rigueur admirable de clarté et de logique ; à côté des dons les plus éclatants d'invention et d'originalité, H. Poincaré montre une aptitude à la généralisation la plus pure et la plus féconde ; cette aptitude a permis à notre compatriote de reculer, bien au-delà des régions où elles se trouvaient avant lui, les limites de nos connaissances en mathématiques pures, en mécanique et en physique.

H. Poincaré, d'après Rados, a déjà fait preuve de ces qualités dans ses premiers travaux, notamment dans ceux qui se rapportent aux fonctions automorphes ; ces travaux inaugurent, les admirables publications d'H. Poincaré qui seront rangées au nombre des plus belles découvertes de tous les temps. En cherchant à obtenir, pour représenter les intégrales des équations différentielles, des développements uniformes et toujours convergents, H. Poincaré s'adressa d'abord à la classe la plus simple de toutes celles qui avaient été étudiées jusque-là, aux équations linéaires à coefficients algébriques. Il fut ainsi conduit à de nouvelles transcendantes qui peuvent être regardées comme une généralisation très étendue des fonctions elliptiques et de la fonction modulaire d'Hermite, et qui jouent dans l'intégration des équations différentielles linéaires le même rôle que les fonctions elliptiques et abéliennes dans l'intégration des différentielles algébriques. Ces nouvelles fonctions transcendantes sont caractérisées par cette propriété qu’elles conservent la même valeur quand on soumet la variable dont elles dépendent à toutes les substitutions linéaires faisant partie d'un même groupe discontinu. Si, dans ces substitutions $\left(z, \frac{az+b}{cz+d}\right)$, de déterminant $ad-bc=1$, tous les coefficients sont des nombres réels elles laissent, dans la représentation géométrique usuelle, invariable l'axe de la variable réelle. En composant les substitutions de ce genre avec une autre dont le déterminant est toujours égal à 1, mais dont les coefficients sont des nombres complexes quelconques, on obtient dès substitutions résultantes qui laissent invariant un cercle désigné par H. Poincaré sous le nom de cercle fondamental. Les groupes ainsi caractérisés sont ceux qu'H. Poincaré nomme groupes fuchsiens, comme nous l'avons déjà expliqué, tandis qu'il réserve le nom de groupes kleinéens aux groupes discontinus les plus généraux formés de substitutions linéaires. En employant, avec une extrême pénétration, des notions métriques empruntées à la géométrie non-euclidienne, H. Poincaré parvient d'une manière intuitive à la détermination et à la description de tous les groupes ainsi définis. Chacun d'eux donne naissance à une division régulière du plan ou de l'espace ; et, finalement, le problème de la recherche de tous les groupes fuchsiens et kleinéens se ramène à la détermination de toutes les divisions régulières du plan ou de l'espace.

Après avoir introduit ce qu'il appelle des cycles, H. Poincaré a pu distribuer tous les domaines fondamentaux relatifs aux groupes fuchsiens en familles différentes, et déterminer effectivement, pour chacune des divisions régulières obtenues, les groupes correspondants. Les groupes une fois obtenus, il s'agissait de déterminer toutes les fonctions demeurant invariables, quand on soumet la variable dont elles dépendent à toutes les substitutions du groupe. Pour cela Henri Poincaré se laisse encore guider par l'analogie avec les fonctions elliptiques. On sait que les fonctions thêtaelliptiques ne sont pas doublement périodiques, mais qu'elles se reproduisent multipliées par un facteur exponentiel, quand l'argument s'augmente d'une période ; H. Poincaré construit des séries, dont la forme permet de reconnaître, avec évidence, l'effet des substitutions du groupe et qui se comportent comme les fonctions thêtaelliptiques.

Ces séries sont de la forme

$$\theta[Z, H(z)] = \Sigma H\left(\frac{az+b}{cz+d}\right)(Cz+d)^{-2m}, m > O$$

où la somme est étendue à toutes les substitutions du groupe et où H désigne une fonction rationnelle, d'ailleurs quelconque. Les fonctions analytiques définies par ces séries sont celles qu'Henri Poincaré appelle thêtafuchsiennes. Elles satisfont à l'équation fonctionnelle.

$$\theta\left(\frac{a_k z+b_k}{c_k z+d_z}\right)=\theta(z)(c_k z+d_k)^{-2m}$$

la substitution $z, \dfrac{a_k z+b_k}{c_k z+d_z}$ étant une quelconque de celles du groupe fuchsien considéré. Comme le montre H. Poincaré par une fine analyse, il y a deux espèces différentes de fonctions thêtafuchsiennes. Pour la première espèce, le cercle fondamental est une limite naturelle et la fonction existe seulement à l'intérieur de ce cercle. Pour la seconde espèce, les fonctions ont seulement des points isolés sur le cercle fondamental, et elles peuvent être prolongées analytiquement au-delà de ce cercle, dans toute l'étendue du plan.

En suivant la même marche que dans la théorie des fonctions elliptiques, et prenant le quotient de deux fonctions thêtafuchsiennes de même degré m, H. Poincaré obtient des fonctions qui demeurent inaltérées par toutes les substitutions du groupe fuchsien considéré. Ce sont les fonctions fuchsiennes, qui jouissent de propriétés analogues à celles des fonctions elliptiques, propriétés que nous rappelons ici : le nombre des zéros et celui des infinis, situés à l'intérieur d'un polygone fondamental, sont toujours les mêmes pour chaque fonction ; deux fonctions fuchsiennes d'un même groupe sont liées par une équation algébrique, dont le genre coïncide avec le genre géométriquement défini du groupe. H. Poincaré démontre ensuite la réciproque : les cordonnées des points d'une courbe algébrique définie d'une manière quelconque peuvent toujours être exprimées par des fonctions uniformes d'un paramètre. Ce point de vue a été développé par G. Humbert dans un important mémoire. Les fonctions fuchsiennes se sont aussi révélées comme un instrument puissant de recherche dans la théorie des intégrales abéliennes, et les études d'H. Poincaré sur la réduction de ces intégrales à d'autres d'un genre moindre, doivent être rangées au nombre de celles qui pénètrent le plus profondément au cœur de cette difficile question.

Par l'introduction des fonctions appelées zéta-fuchsiennes, qui sont définies comme quotients d'une série à termes rationnels et d'une fonction thêtafuchsienne, il a été enfin donné à H. Poincaré de démontrer que les solutions des équations différentielles linéaires, dont les coefficients sont des fonctions algébriques de la variable indépendante, peuvent être exprimées à l'aide de ces nouvelles transcendantes. Il a obtenu ce résultat capital, en suivant une marche analogue à celle qui donne les intégrales de différentielles algébriques exprimées par des fonctions thêtaabéliennes.

De nouvelles recherches seraient nécessaires pour illustrer la théorie générale. C'est ainsi que H. Poincaré a ouvert un champ étendu pour l'étude des fonctions automorphes et de leurs applications, et qu'en mettant en évidence les rapports de cette théorie avec celle des équations différentielles linéaires, il a doté cette ancienne discipline de méthodes nouvelles et fécondes.

Parmi les travaux ultérieurs de H. Poincaré sur la théorie des fonctions, il y a lieu de mettre à part le mémoire *Sur un théorème de la théorie générale des fonctions*, qui a été publié en 1883 dans le Bulletin de la Société mathématique de France. L'auteur s'y proposait de ramener, d'une manière générale, la théorie des fonctions analytiques à déterminations multiples à celle des fonctions uniformes. Et, en fait, il est parvenu au théorème fondamental suivant, qui est d'une grande généralité.

Si y est une fonction analytique quelconque de x à déterminations multiples, on peut toujours déterminer une variable z de telle manière. que x et y deviennent des fonctions uniformes de z.

H. Poincaré a également publié dans le même volume du Bulletin de la Société mathématique, un important travail qui se rapporte à la notion de genre introduite par Laguerre dans la théorie des fonctions transcendantes. Le résultat le plus remarquable établi par M. Poincaré consiste dans une condition à laquelle doivent satisfaire les coefficients de toute série entière de genre p et en outre dans le théorème d'après lequel le maximum du module de la fonction reste inférieur à une certaine limite dépendant d'un nombre réel et positif quelconque, théorème qui joue un rôle essentiel dans d'importantes recherches ultérieures.

La théorie des ensembles due au génie de Cantor devant appeler l'attention d'H. Poincaré : il était de la plus haute importance pour la théorie générale des fonctions analytiques, de déterminer quelle est la puissance de l'ensemble des valeurs que peut prendre une fonction analytique à déterminations multiples en un point quelconque du domaine où elle existe. H. Poincaré a pu établir que la détermination complète d'une fonction analytique peut toujours être obtenue à l'aide d'un ensemble dénombrable d'éléments de fonctions et, par suite, que l'ensemble des valeurs de la fonction pour tout point de son domaine est toujours dénombrable.

Comme on sait aujourd'hui que les séries divergentes peuvent, sous certaines conditions, être très légitimement et très utilement employées dans la recherche mathématique ; il convient de faire remarquer qu'H. Poincaré a employé, dans la mesure la plus large, les représentations auxquelles il a donné le nom d'asymptotiques, aussi bien dans ses recherches sur les solutions irrégulières des équations différentielles linéaires que dans son célèbre Mémoire *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, et qu'il a ainsi provoqué de nombreuses recherches sur ce sujet.

H. Poincaré a transformé la théorie des grandeurs complexes, en indiquant ses rapports avec la théorie des groupes de Lie, éclairant ainsi d'un jour tout nouveau cette théorie des unités complexes et lui permettant d'utiliser, pour la solution de ses principaux problèmes, les méthodes et les résultats de la théorie des groupes.

Signalons encore la théorie des systèmes linéaires composés d'un nombre infini d'équations à un nombre infini d'inconnues, dont il doit être considéré comme le fondateur par une note au t. XX du *Bulletin de la Société mathématique de France* ; il est le premier qui se soit occupé des déterminants infinis et des critères de convergence qui s'y rapportent.

Nous indiquerons rapidement les travaux d'H. Poincaré qui se rapportent aux premiers fondements d'une théorie générale des fonctions analytiques de plusieurs variables indépendantes. Nous mentionnerons en premier lieu le Mémoire *Sur les résidus des intégrales doubles*. Entre la théorie des fonctions d'une variable et celle des fonctions de plusieurs variables se montrent, dès le début, des différences profondes. L'extension des propositions de l'une des théories à l'autre n'avait pu se faire que dans un très petit nombre de cas. H. Poincaré a montré ce que deviennent les théorèmes fondamentaux de Cauchy, relatifs aux résidus, dans la théorie des intégrales multiples ; et il a appliqué les propositions, ainsi généralisées, à l'étude des modules de périodicité des intégrales multiples et des fonctions thêtaabéliennes.

Il faut aussi citer les travaux qu'H. Poincaré a consacrés à la théorie des nombres ; je signalerai d'abord son Mémoire *Sur un mode nouveau de représentation géométrique des formes quadratiques définies ou indéfinies*, où il a exposé une arithmétique des réseaux, à l'aide de laquelle il a pu développer géométriquement, sous une forme neuve et originale, la théorie que Gauss avait donnée pour la composition des formes quadratiques. L'extension des méthodes indiquées dans ce premier travail l'a conduit, plus tard, à une intéressante généralisation de l'algorithme des fractions continues. Il faut signaler aussi ses travaux sur les invariants arithmétiques, invariants qu'il exprime à l'aide de séries ou d'intégrales, et qu'il a su appliquer à la solution des problèmes d'équivalence. Par la considération des groupes linéaires discontinus de substitutions qui laissent invariable une forme quadratique ternaire indéfinie, il a apporté une contribution nouvelle à la théorie des fonctions automorphes. Chacun de ces groupes est isomorphe à un groupe fuchsien spécial. Les fonctions dénommées arithmétiques fuchsiennes, relatives à ce groupe, se distinguent en ce qu'elles possèdent un théorème d'addition, ce qui n'a pas lieu pour les fonctions fuchsiennes les plus générales. Les relations multiples qui existent, entre les fonctions arithmétiques fuchsiennes, ont ouvert à la théorie des nombres et à l'algèbre des perspectives nouvelles sur un champ encore inexploré. C'est encore à l'algèbre et à la théorie des nombres qu'il faut rattacher les publications d'H. Poincaré sur l'équivalence des formes de degré supérieur, travaux qui doivent être regardés comme le prolongement le plus essentiel des recherches correspondantes d'Hermite et de Jordan. (On trouvera le rapport de Rados in extenso dans le *Bulletin des sciences mathématiques*, 2[e] série, t. XXX, 1[re] p., avril 1906, p. 105-112).

Je dois ajouter à ce rapport des travaux postérieurs relatifs à l'équation de Fredholm. Le mathématicien suédois Fredholm a introduit, dans les mathématiques, une équation d'un type nouveau qui a donné d'importants résultats. Fredholm a été signalé à Poincaré par M. Mittag-Leffler, dans une lettre intitulée *Sur une transcendante remarquable trouvée par M. Fredholm*, insérée dans un ouvrage publié à Stockholm en 1890. Poincaré communiqua à l'Académie des Sciences de Paris plusieurs notes sur l'équation de Fredholm et fit sur cette équation, en 1899, une lecture à l'Université de Gœttingen.

Je tiens aussi à signaler les beaux travaux d'H. Poincaré, cités également par Rados, relatifs à l'*Analysis situs* ou géométrie de situation, sorte de géométrie dans laquelle on s'occupe des positions relatives des êtres géométriques, mais non de leurs formes ni de leurs grandeurs. La nécessité de la création de cette partie de la géométrie avait déjà été aperçue par un des hommes à qui les sciences doivent le plus de découvertes, et surtout le plus de vues originales et fécondes ; Leibniz était persuadé que l'analyse des géomètres ne pouvait s'appliquer à toutes les questions de la philosophie naturelle. Pour soumettre au calcul les rapports des différents corps, considérés uniquement dans l'ordre de leurs positions, il souhaitait qu'on inventât une géométrie nouvelle qu'il a nommée *Geometria situs*, c'est-à-dire géométrie de situation[1]. « Après tous les progrès que j'ai faits en ces matières, écrivait-il à Huygens à la date du 8 septembre 1679, je ne suis pas encore content de l'algèbre, en ce qu'elle ne donne ny les plus courtes voyes, ny les plus belles constructions de géométrie. C'est pourquoy, lorsqu'il s'agit de cela, je croy qu'il nous faut encor une autre analyse proprement géométrique ou linéaire, qui nous exprime directement *situm*, comme l'Algèbre exprime *magnitudinem*. Et je croy d'en voir le moyen et qu'on pourrait représenter les figures et mesures des machines et mouvements en

1 *Histoire de l'Académie royale des sciences de Paris* pour l'année 1771, p. 55.

caractères, comme l'Algèbre représente les nombres en grandeurs ; et je vous envoye un essay qui me paraît considérable. » Un exemple familier illustrera cette idée. Le mathématicien allemand Riemann a introduit en *Analysis situs* l'idée de connexion d'un espace continu : prenons, pour fixer les idées, le volume intérieur d'une salle sans meubles dont toutes les portes sont fermées. S'il n'y a aucune colonne dans la salle, celle-ci est limitée uniquement par les murs, le plafond et le plancher. Une ligne fermée, comme un fil dont les deux extrémités sont nouées, peut, par déformation continue dans le volume et sans rencontrer les parois, être réduite à un point et cela quelle que soit sa disposition initiale. Le volume est dit alors simplement connexe. Mais s'il y a dans la pièce une colonne réunissant le plancher au plafond, le volume sera limité par des parois comprenant les murs, le plafond, le plancher et la surface extérieure de la colonne. On peut alors imaginer dans ce volume deux sortes de courbes fermées, les unes n'entourant pas la colonne, les autres l'entourant ; les premières peuvent, par déformation continue, être réduites à des points sans rencontrer une portion quelconque des parois ; les deuxièmes au contraire ne pourront pas se réduire a des points ; le volume est dit alors *doublement connexe*. S'il y a deux colonnes, il existera trois espèces de courbes fermées dans l'espace libre ; celles qui ne renferment aucune colonne ; celles qui renferment l'une des deux colonnes ; celles qui renferment l'autre. Les courbes qui renferment les deux colonnes peuvent toujours par déformation continue être ramenées à deux courbes dont chacune renferme seulement une colonne. Le volume est alors *triplement connexe*. Et ainsi de suite. On voit que dans cette notion la forme et les dimensions des parois ne jouent aucun rôle.

Les problèmes d'*Analysis situs* sont, en général, fort difficiles, parce qu'ils présentent. le plus haut degré d'abstraction possible. H. Poincaré a fait beaucoup avancer cette partie de la science. Il s'est occupé notamment des variétés à un nombre quelconque de dimensions. Il est arrivé à ce résultat important qu'une telle variété ne peut être définie, dans le sens de l'Analysis situs, par la seule connaissance de certains nombres appelés nombres de Betti ; il montre qu'à chaque système de ces nombres correspondent une infinité de variétés qui ne peuvent être déformées les unes dans les autres. Dans cet ordre d'idées, Poincaré a donné une extension de la formule élémentaire d'Euler aux polyèdres d'un nombre quelconque de dimensions.

2° Mécanique et astronomie

Les travaux d'H. Poincaré en mécanique se rapportent d'abord à la recherche de l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation, problème fondamental pour la forme du soleil, des planètes et de leurs satellites, si l'on admet que, comme il est probable, les planètes et les satellites ont été fluides primitivement ; puis à certaines questions se rattachant au principe de la moindre action de Gauss et aux recherches de Jacobi en mécanique analytique. Viennent ensuite de magnifiques travaux de mécanique céleste, parmi lesquels j'en choisis spécialement un, parce qu'il représente également une victoire scientifique remportée par la France.

À l'occasion de son soixantième anniversaire, en 1889, S. M. le roi de Suède et de Norvège Oscar II, avait fondé un prix destiné à récompenser, parmi les mémoires qui pourraient être envoyés, celui qui paraîtrait le plus important à une commission de trois membres composée d'Hermite de Paris, de Weierstrass de Berlin, et de M. Mittag-Leffler de Stockholm. Poincaré envoya *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, un mémoire qui obtint le prix. Il m'est impossible d'analyser ici ce mémoire, pas plus que les autres recherches de Poincaré sur la fonction perturbatrice, sur les planètes du type d'Hécube, sur le mouvement de la lune, sur la stabilité de l'anneau de Saturne, sur les satellites de Mars, etc.

Henri Poincaré avait pris, en astronomie, une situation exceptionnelle, qui lui avait valu la présidence du Conseil des Observatoires français. Il a été professeur d'astronomie générale à l'École polytechnique de 1904 à 1908. Pour cette science, je ne puis mieux faire que de renvoyer le lecteur à l'adresse prononcée par le président de la Société astronomique de Londres, le professeur G. H. Darwin, en remettant à H. Poincaré la médaille d'or de la Société royale astronomique de Londres, le 9 février 1900.

Avant de donner la médaille, le président a tenu à exposer les motifs qui ont déterminé le Conseil à prendre cette décision. Il indique que les recherches d'H. Poincaré sont de caractères si divers, qu'elles ont été faites avec une telle richesse de connaissances, qu'il lui est bien difficile de remplir sa tâche ; cependant, le président se déclare heureux que ses fonctions lui procurent l'occasion de rendre, au grand Français, l'hommage qui lui est dû, pour ses travaux dans le domaine des mathématiques.

Il se borne à attirer l'attention sur trois des voies de recherches de Poincaré, qui ont une portée astronomique directe : à savoir les travaux sur la théorie dynamique des marées, sur les figures d'équilibre des masses liquides en rotation et sur la théorie des mouvements des planètes et des satellites.

Le premier de ces sujets est traité dans deux Mémoires sur l'équilibre et le mouvement de l'Océan. Le problème est environné de conditions d'une telle complexité, qu'il a semblé convenable à l'auteur de considérer séparément les diverses difficultés et de les traiter comme préliminaires à la solution de la question dans son ensemble. Il commence par la théorie de l'équilibre des marées, mais il se propose de tenir compte, non seulement de l'influence des continents qui font obstacle au mouvement de l'eau, mais aussi de celle de l'attraction de la mer sur elle-même, question très difficile.

L'objet de ces travaux n'était pas d'arriver à une solution définitive de tout cas concret idéal, mais de montrer comment les difficultés fondamentales pouvaient être surmontées par l'analyse mathématique. Ici, comme ailleurs, dit G.-H. Darwin, H. Poincaré nous conduit bien au-delà, de l'exemple particulier considéré, et il pourra bien arriver que les principes énoncés trouvent, en fait, leur application dans d'autres domaines, avant de la trouver dans le problème des marées.

Si important que soit le travail dont je viens de parler, le Mémoire *Sur les figures d'équilibre d'un liquide en rotation*, semble à Darwin se placer à un niveau bien plus élevé, car il marque une époque, non seulement dans l'étude du sujet lui-même, mais aussi dans celle de beaucoup d'autres. Il peut se faire que quelques-unes des généralisations qu'on y trouve aient flotté plus ou moins distinctement dans l'esprit de ceux qui ont précédé H. Poincaré dans cette voie, mais la théorie de la stabilité des systèmes en équilibre ou en mouvement uniforme a été, sans aucun doute, cristallisée et rendue transparente par ses efforts. On sait que cette théorie a fait l'objet d'un cours à la Sorbonne. L'application à l'astronomie en est immédiate. Une planète formée de fluide homogène a la forme d'un ellipsoïde de révolution aplati et son équilibre relatif est stable. Si l'on augmente sa vitesse angulaire de rotation ; son ellipticité augmente aussi, mais sa stabilité diminue. Lorsque l'excentricité s'est accrue jusqu'à une certaine valeur bien définie, la stabilité cesse et, par suite d'une rotation plus rapide, la figure devient instable. Au moment critique du changement, nous passons par une forme de bifurcation, et nous savons qu'il doit y avoir une autre série continue de figures qui comprennent aussi cette forme. Cette autre série se compose des ellipsoïdes de Jacobi, qui ont leurs trois axes inégaux. Mais il n'y a qu'un seul membre de la série de Jacobi qui soit une figure de révolution, et ce membre est identique à la forme de bifurcation trouvée en suivant la stabilité des figures aplaties. Il est vrai que ce Jacobien est aussi une forme limite, puisque la série se termine là ; mais je ne m'arrêterai point pour approfondir ce point qu'H. Poincaré traite en détail. Il résulte du principe d'échange des stabilités que, pour une rotation plus lente que la valeur critique, le Jacobien était stable. Tout cela était connu auparavant, mais dit Darwin, le travail d'H. Poincaré l'a présenté sous un jour nouveau et plus clair. Ayant suivi la série stable des ellipsoïdes de révolution aplatis aux pôles jusqu'à la forme de bifurcation, H. Poincaré aiguille son train sur l'embranchement stable formé par les ellipsoïdes de Jacobi. Il suit cette voie jusqu'à ce qu'il trouve que cette forme devienne instable, et il annonce qu'il y a une nouvelle forme de bifurcation et qu'on arrive à un nouvel embranchement. A ce point, la ligne est presque bloquée par des obstacles mathématiques, de sorte qu'il peut s'avancer seulement assez pour s'apercevoir que la nouvelle figure a la forme d'une poire ayant sa partie la plus grande plus ou moins sphérique, et, en outre, une protubérance équatoriale comparable à l'extrémité qui tient au pédoncule. L'illustre mathématicien russe Liapounoff a obtenu les mêmes résultats, que M. P. Humbert, professeur à Montpellier, a précisés dans ses travaux.

Ces conclusions, en apparence abstraites, expliquent l'évolution des systèmes planétaires d'une manière très intéressante. Considérons une masse liquide en rotation se refroidissant lentement. Si le refroidissement est assez lent, le frottement interne détermine la révolution de l'ensemble dans toutes ses parties avec la même vitesse angulaire. En premier lieu, quand la densité est petite, la figure est un ellipsoïde de révolution, mais il est légèrement aplati ; par suite du refroidissement, l'aplatissement s'accroît jusqu'à ce que, à un certain moment, la figure de révolution cesse d'être une figure d'équilibre et que l'ellipsoïde commence a avoir une protubérance équatoriale. Il devient, en fait, un des ellipsoïdes de Jacobi, Ensuite cet ellipsoïde s'allonge jusqu'à ce que, à un certain moment, il commence à se creuser d'un sillon dissymétrique par rapport à un plan passant, par l'axe de révolution ; puis il prend la forme d'une poire ayant son axe de révolution perpendiculaire au cœur de la poire. La plus grande partie de la matière tend à se rapprocher de la forme sphérique, pendant que la plus petite partie sort de l'ellipsoïde par un des sommets du grand axe, comme si elle cherchait à se détacher de la masse principale.

Il est difficile d'annoncer avec certitude ce qui arrivera ensuite si le refroidissement continue, mais il est permis de supposer que la masse ira en se creusant de plus en plus, puis en s'étranglant dans la partie moyenne et finira par se partager en deux corps isolés.

Il est évident qu'un processus de cette sorte peut avoir joué son rôle dans l'évolution des systèmes célestes et cette théorie semble se confirmer d'après les formes observées dans beaucoup de nébuleuses.

Le Mémoire d'H. Poincaré, ajoute Darwin, m'est apparu comme une révélation parce que, juste à l'époque où il fut publié, Je venais d'essayer d'attaquer la question par le côté opposé, et de suivre les étapes de l'union en un seul de deux corps séparés ; mais, hélas ! ajoute Darwin, je dois admettre que mon travail ne contenait pas de principes généraux de grande portée, ni aucune lumière sur la stabilité des systèmes que j'essayais d'imaginer, ni rien de tout ce qui rend le Mémoire d'H. Poincaré un travail qui marquera toujours une époque importante, non seulement dans l'histoire de l'astronomie évolutionnaire, mais aussi dans celle du domaine plus vaste de la dynamique générale.

La troisième contribution astronomique de H. Poincaré est son *Livre sur la mécanique céleste*[2]. Il est probable que, pendant le prochain demi-siècle, ce livre sera la mine d'où des chercheurs plus humbles extrairont leurs matériaux. Cette mine est si vaste et le nombre des

---

2 Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste.

idées est si grand, qu'il est bien difficile de parler de ce travail comme il le faudrait. Le caractère dominant du mode de travail d'H. Poincaré semble consister en une immense ampleur des généralisations, de sorte que le grand nombre des déductions possibles lest quelquefois presque troublant. Darwin, en cherchant à analyser la forme d'intelligence d'H. Poincaré, conclut comme il suit : cette puissance de saisir les principes abstraits est la marque de l'intellect du vrai mathématicien ; mais pour celui qui est plutôt habitué à traiter le concret, la difficulté de se rendre maître du raisonnement est quelquefois grande. Pour cette seconde classe d'esprits, le procédé le plus facile est l'examen de quelque cas simple et concret, pour s'élever ensuite vers l'aspect plus général du problème. Je me figure qu'H. Poincaré doit suivre dans son travail une autre route que celle-là, et qu'il trouve plus facile de considérer d'abord les issues les plus larges pour descendre de là vers des cas plus spéciaux. Il est rare de posséder cette faculté à un haut degré, et l'on ne peut s'étonner que celui qui la possède ait amassé un noble héritage pour les hommes de science des générations futures.

« En vous remettant cette médaille, M. Poincaré, dit Darwin en terminant, je désire vous exprimer de la part de notre Société qu'en cherchant à vous faire honneur, nous nous sentons nous-mêmes très honorés. »

3° La physique

Nous avons déjà indiqué comment les cours de physique mathématique d'H. Poincaré à la Faculté des sciences de Paris ont été publiés par les élèves. Il convient d'ajouter à ces livres un ouvrage de la collection Scientia rédigé par Poincaré lui-même, la *Théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes ; la télégraphie sans fil*, contenant l'exposé et le développement d'une question dont l'importance est devenue capitale ; puis un autre ouvrage intitulé *Leçons d'électricité mathématique* donnant les leçons professées par Poincaré à l'École professionnelle supérieure des postes et télégraphes, en mai-juin 1904, 1906, 1908. Il faut ensuite indiquer les recherches d'H. Poincaré, sur les vibrations d'une membrane où il a réussi à démontrer l'existence des harmoniques des divers ordres dans le son produit, sur la chaleur, sur la théorie des gaz considérés comme formés de molécules animées de vitesses très grandes, sur la théorie de l'élasticité, sur les équations de la physique mathématique en général sur la propagation des ondes et notamment sur la réflexion et la polarisation de la lumière. Nous devons rappeler aussi de très nombreux travaux relatifs à l'électricité, à cette reine de la science moderne qui commande de plus en plus toute notre civilisation, travaux qui vont de l'équation des télégraphistes à l'énergie magnétique, des excitateurs et résonateurs hertziens à la dynamique de l'électron, etc. On aura un aperçu technique d'une partie ,de ces travaux par la lecture de la suite du rapport fait par M. Gustave Rados à l'Académie hongroise des sciences, sur le prix Bolyai, que je suis encore ici d'aussi près que possible.

Parmi les travaux de physique mathématique d'H. Poincaré, il faut signaler d'abord le Mémoire *Sur les équations aux dérivées partielles de la physique mathématique*, publié en 1886. Un grand nombre des problèmes de la physique mathématique conduisent à l'équation aux dérivées partielles de Laplace, ou à une équation toute semblable du second ordre. Malgré la grande variété des conditions aux limites qui interviennent dans chacun des cas, leur essence et leur théorie présentent un air de famille qui permet d'espérer la découverte d'un certain nombre de propositions communes à tous. Malheureusement leur trait commun réside dans les énormes difficultés que l'on rencontre lorsqu'on veut démontrer l'existence même des solutions. Dans son travail, H. Poincaré entreprend de surmonter ces difficultés pour toute une série de ces problèmes ; c'est ainsi qu'il parvient à sa méthode si originale du balayage. De la même manière large, H. Poincaré a traité le problème du refroidissement d'un corps, posé par Fourier.

Il faut rattacher à ce genre de travaux le Mémoire de 1894, *Sur les équations de la physique mathématique*, dans lequel H. Poincaré aborde plusieurs des questions les plus difficiles et les plus importantes de la physique mathématique moderne. Le problème des vibrations d'une membrane tendue, la théorie de l'élasticité, la théorie du mouvement de la chaleur, due à Fourier, et beaucoup d'autres problèmes se ramènent à la solution d'une certaine équation aux dérivées partielles du second ordre, dans laquelle figurent un paramètre et une fonction donnée des coordonnées. H. Poincaré traite en particulier le problème aux limites suivant, très fréquent dans les applications : déterminer une solution de l'équation différentielle, continue ainsi que ses dérivées des deux premiers ordres à l'intérieur d'un domaine donné et satisfaisant, sur la surface qui limite ce domaine, à une condition dans laquelle entrent une constante et la dérivée de la fonction inconnue suivant la normale. Par l'application originale de méthodes qui dérivent en partie de Schwartz et en partie de Neumann, il obtient la solution rigoureuse du problème dans le plus grand nombre des cas. Signalons la série des propositions qui se rapportent à un type classique d'intégrales de volumes :

ces propositions deviennent entre ses mains un instrument puissant de recherche.

C'est également à ce groupe de travaux qu'il convient de rattacher le Mémoire intitulé : *la méthode de Neumann et le problème de Dirichlet.* On connaît la méthode par laquelle C. Neumann a pu obtenir une fonction harmonique à l'intérieur d'un certain domaine, quand on connaît les valeurs de cette fonction sur la surface supposée convexe qui limite ce domaine. H. Poincaré a étendu cette méthode au cas où la surface limite a, en chaque point, un plan tangent et deux rayons principaux de courbure déterminés, sa forme n'étant assujettie à aucune autre condition. Il convient de noter ici l'importance particulière que prennent, dans ces recherches, les fonctions nommées fondamentales par H. Poincaré. À chaque surface limite correspond une suite infinie de telles fonctions, qui se transforment précisément dans les fonctions sphériques, quand la surface limite devient une sphère. H. Poincaré montre qu'une fonction arbitraire peut se développer en une série de fonctions fondamentales, les coefficients du développement se déterminant par des intégrales multiples. Si ces fonctions sont connues pour une surface déterminée, on peut résoudre sans difficulté le problème de Dirichlet, tant pour l'espace intérieur à cette surface que pour l'espace extérieur.

H. Poincaré, s'il était au courant de toutes les expériences des physiciens, ne faisait aucune expérience lui-même. Il se plaçait au point de vue mathématique le plus élevé, rapprochant les unes des autres les théories et prévoyant même des résultats d 'expériences.

4° La géographie

H. Poincaré a fait une série de travaux qui se rattachent à la géographie physique et à la géodésie. C'est ainsi par exemple qu'il a publié en 1888 une note sur la figure de la Terre, en 1901, deux articles sur les mesures de la gravité et les déviations de la verticale en géodésie. Le problème des marées l'a beaucoup occupé ; certains de ses travaux sur ce sujet sont analysés dans l'adresse de sir G. Darwin que j'ai commentée à la page 61 ; en 1909, il lut à l'université de Gœttingen un travail sur l'application à la théorie des marées des équations intégrales introduites par Fredholm. On sait que l'arc de méridien de Quito, dans la République de l'Équateur, a été revu par une mission française : les travaux de cette mission ont fait l'objet d'un rapport préparatoire de Poincaré, puis de trois rapports postérieurs intitulés *Rapports présentés au nom de la Commission chargée du contrôle scientifique des opérations géodésiques de l'Équateur.*

Nous bornerons là l'analyse des travaux scientifiques proprement dits. On sait que la division des sciences mathématiques de l'Académie des Sciences de Paris renferme cinq sections qui sont : « Géométrie, Mécanique, Astronomie, Géographie et Navigation, Physique ». On voit qu'H. Poincaré aurait pu entrer dans chacune des cinq ; aucun de nos confrères ne peut prétendre à une telle variété de travaux. Il était, depuis 1887, dans la section dite de géométrie spécialement destinée aux mathématiciens.

5° La philosophie

Henri Poincaré n'a pas été uniquement un technicien, qui fait progresser les sciences dans tous les domaines d'ordre mathématique ; il a été un philosophe parlant avec autorité de questions qu'il avait approfondies. A cet égard il est de la race des Lucrèce, des Descartes, des Pascal, des Leibniz.

Il a publié trois grands ouvrages :

La science et l'hypothèse ;
La Valeur de la science ;
Science et méthode.

Ces ouvrages ont été traduits dans toutes les langues. En France, ils ont été lus avec avidité dans tous les milieux sociaux, même et cela est particulièrement à signaler, dans les milieux mondains, qui cependant ne pouvaient y comprendre grand'chose ; pour s'intéresser à la géométrie non-euclidienne, il faut savoir au moins la géométrie élémentaire ; pour s'intéresser d'une façon profonde à la télégraphie sans fil, il faut avoir médité longuement sur la théorie des ondes ; et ainsi de suite. Néanmoins on peut, je crois, expliquer l'espèce d'engouement de tous pour ces ouvrages, précisément par le fait qu'Henri Poincaré était connu pour l'un des premiers penseurs de l'époque ; en lisant ses livres, on savait y trouver les idées d'un homme qui avait fait progresser la science, qui avait le droit d'en examiner les fondements, et qui entreprenait cette critique avec une indépendance complète, sans se préoccuper d'aucune tradition.

Ici, dit Alfred Capus, dans son discours de réception à l'Académie française, nous sommes à la seconde étape de la carrière de Poincaré, celle que le public cultivé d'Europe et d'Amérique suivit d'un regard passionné. Il ne subissait pas seulement le prestige de la science, il était remué par la hardiesse d'un raisonnement qui ébranlait les antiques notions du nombre, de l'espace et de la force. On avait vécu jusque-là en sécurité avec ces abstractions. Les mathématiciens, après avoir longtemps cherché depuis Pythagore, ce que c'était que le nombre, avaient renoncé à le définir ; Leibniz essayait en vain de démontrer que deux et deux font quatre et fondait concurremment avec Newton le calcul infinitésimal, alors qu'il ne pouvait éclaircir le principe de l'addition. On se heurtait aux mêmes difficultés pour vérifier les axiomes qui sont à la base de la géométrie et de la physique, et on avait fini par leur accorder un caractère sacré. La complaisance était d'autant plus facile que la série des découvertes n'en était pas interrompue et que l'obscurité de la source n'empêchait pas le fleuve de couler. Henri Poincaré n'accepta pas cette soumission aveugle aux axiomes et aux propositions premières et il voulut savoir où était la source de la science.

Ce fut, en France principalement, la position philosophique que prit H. Poincaré. Elle avait au premier aspect, dit Capus, et pour des regards distraits, quelque chose de sacrilège et de destructeur qui contentait les tendances de la société un peu après 1900. Étrange phénomène que celui de la renommée d'H. Poincaré se frayant triomphalement un passage et s'installant parmi les préjugés, les contradictions, les luttes intellectuelles et tout le bariolage moral du Paris de cette époque !

Frédéric Masson, dans le discours qu'il adressa à Henri Poincaré le jour de sa réception à l'Académie française, fait la remarque suivante : puisqu'il se trouve, pour prendre intérêt à des problèmes relatifs aux fondements de la science, un tel auditoire, il faut croire qu'une évolution intellectuelle, et peut-être sociale, s'est accomplie, à laquelle H. Poincaré aurait singulièrement contribué. Par les seize mille exemplaires vendus de *la Science et l'hypothèse*, il a en effet atteint au moins cent cinquante mille lecteurs ; sa collaboration à certains journaux avait pour but d'initier aux mystères de la haute philosophie scientifique la nation entière.

H. Poincaré ne s'est jamais préoccupé des conséquences de ses idées : il avait foi dans la puissance de la vérité ; il avait horreur de la politique et de ses préjugés. Il trouvait absurde le système commode qui consiste à regarder comme bon et juste tout ce que fait un parti, mauvais et injuste tout ce que fait le parti opposé. Aussi tous les partis venaient-ils puiser dans sa pensée. Le grand public l'aurait suivi partout : mais la conscience d'Henri Poincaré ne lui permit pas de marcher dans un sens plutôt que dans l'autre, ni de choisir entre deux termes extrêmes. Nul parti ne put l'attirer à soi et le mettre à la tête d'une foule. À ceux qui ne le comprenaient pas ou feignaient de ne pas le comprendre, il fit une réponse d'une clarté admirable : la Valeur de la science. Dès la préface, il coupait les attaches entre le scepticisme et lui, et aussi entre lui et la révélation.

Parlant ensuite du langage du physicien ou du mathématicien, Capus fait remarquer que, sans ce langage, la plupart des analogies des choses, nous seraient demeurées à jamais inconnues, et nous aurions toujours ignoré l'harmonie intérieure du monde. La meilleure expression de cette harmonie, c'est la loi : la loi est une des conquêtes les plus récentes de l'esprit humain ; il y a encore des peuples qui vivent dans un miracle perpétuel et qui ne s'en étonnent pas. C'est nous, au contraire, qui devrions nous étonner de la régularité de la nature. Les hommes demandent à leurs dieux de prouver leur existence par des miracles ; mais la merveille éternelle c'est qu'il n'y ait pas sans cesse des miracles. Et c'est pour cela que le monde est divin, puisque c'est pour cela qu'il est harmonieux. S'il était régi par le caprice, qu'est-ce qui nous prouverait qu'il ne l'est pas par le hasard ? C'est donc cette harmonie qui est la seule réalité objective, la seule vérité que nous puissions atteindre, et si j'ajoute, conclut Capus, que l'harmonie universelle est la source de toute beauté, on comprend quel prix nous devons attacher aux lents et pénibles progrès qui nous la font, peu à peu, mieux connaître.

Nous avons tenu à laisser parler sur les ouvrages d'H. Poincaré, des hommes qui ne peuvent être suspects d'amitié particulière. Dans ces ouvrages, l'auteur montre un goût développé pour la psychologie, une aptitude rare à observer sur lui-même les phénomènes psychologiques ; il les décrit et les relie avec la précision, la logique et la netteté des mathématiciens. H. Poincaré avait en horreur toutes les affirmations sans preuves ; il pensait que, plus le monde devient démocratique, plus une élite est indispensable. Il n'a jamais admis qu'une opinion pût remplacer une connaissance scientifique. On sait que, dans la présentation des professeurs par les Conseils des Facultés des Sciences, certaines personnes demandaient que le vote préliminaire de tous les docteurs de la spécialité en jeu fût exigé : H. Poincaré s'éleva avec force contre cette idée ; il dit au Conseil de la Faculté : « Avec ce système, c'est le plus ancien qui sera présenté. » Il voulait avec raison que ce fût le plus fort. H. Poincaré pensait, et je suis de son avis, que le peu de connaissances certaines que l'homme puisse acquérir il les doit à la science, à l'observation, à l'expérimentation, au raisonnement ; les religions sont diverses, la science est une. La vérité religieuse varie sur la Terre avec la longitude et la latitude ; elle est une affaire de conscience individuelle ; la vérité scientifique est la même pour tous les hommes et pour tous les êtres pensants de l'univers ; elle n'a d'autres bornes que les limites de l'intelligence du penseur. Ceux qui parlent de la faillite de la science prouvent qu'ils ne comprennent pas la position de la question et montrent qu'ils espéraient, par quelques années d'études, avoir la révélation d'une vérité totale. La science ne procède que par approximations successives ; elle ne fera jamais connaître à l'homme le fond des choses ; mais celui-ci a le devoir de se rendre compte de la nature des vérités qu'elle peut lui révéler. Comme le dit Frédéric Masson, s'adressant à H. Poincaré : « Est-ce à dire, monsieur, que vous doutiez plus de la science que de la vérité ? Ni de l'une, ni de l'autre ; mais celle-ci s'éloigne constamment devant celle-là et, à proportion que l'homme franchit une étape, les espaces qu'il devra parcourir reculent devant lui ; par delà le steppe dont son regard embrasse l'étendue, d'autres l'attendent, et toujours d'autres, car celui-là seul est assuré d'arriver à son but qui en est resté au rudiment et qui l'a appris par cœur. »

Dans tous ses ouvrages Henri Poincaré nous laisse un enseignement et un modèle ; il écrit : « Tout ce qui n'est pas pensée est le pur néant. » « La pensée n'est qu'un éclair au milieu d'une longue nuit, mais c'est un éclair qui est tout. » Et voici les lignes qu'il a mises à la fin de son livre la Valeur de la science : « Ce n'est que par la science et par l'art que valent les civilisations. On s'est étonné de cette formule : la science pour la science, et pourtant cela vaut bien la vie pour la vie, si la vie n'est que misère ; et même le bonheur pour le bonheur, si l'on ne croit pas que tous les plaisirs sont de même qualité, si l'on ne veut pas admettre que le but de la civilisation soit de fournir de l'alcool aux gens qui aiment à boire... Toute action doit avoir un but. Nous devons souffrir, nous devons travailler, nous devons payer notre place au spectacle, mais c'est pour voir, ou tout au moins pour que d'autres voient un jour. »

Dans *Science et méthode,* H. Poincaré s'attachant surtout à la méthode, s'occupe d'abord du *choix des faits*. Il remarque que cette question n'aurait aucun intérêt si le savant avait à sa disposition un temps indéfini ; mais comme le temps est limité, il faut choisir les faits à observer. Ce sont les plus simples, les faits élémentaires par la combinaison desquels les faits compliqués sont constitués. Les faits élémentaires donnent les lois. Mais ce qu'il y a de curieux, d'après H. Poincaré, *le souci du beau conduit aux mêmes choix des faits que celui de l'utile*. H. Poincaré s'attache alors à justifier la science désintéressée, la science pure, la science platonique ; il se rencontre avec l'illustre physicien Lippmann qui disait : « Il est impossible de réduire la science à ce qu'elle a d'immédiatement utile. » Les exemples de cette affirmation nous entourent ; sans la curiosité des anciens pour l'étude de l'électricité statique, nous ne connaîtrions pas les merveilles de l'électricité qui domine aujourd'hui la vie sociale : éclairage, transports, force motrice... Sans la curiosité de Hertz dans son laboratoire, nous ne connaîtrions pas la télégraphie sans fil. Les sections coniques ont été étudiées pendant des siècles avec le seul souci de la vérité et de la beauté, et n'ont trouvé d'application que dans les lois de Kepler sur le mouvement des planètes. Vient ensuite dans le livre de Poincaré, une étude des lois du hasard, puis de l'art des définitions ; une assimilation géniale de la voie lactée à la conception cinétique des gaz. Ainsi que l'écrit, au sujet de ce livre, Émile Faguet, membre de l'Académie française, professeur à la Sorbonne : « Comme les précédents, ce volume d'H. Poincaré est très profond, et, je ne crains pas d'écrire le mot très amusant. IL est surtout très intelligent. Il m'est arrivé de dire que, de par la multiplicité croissante des connaissances humaines, personne ne pourra plus les embrasser toutes, *on ne pourra plus être intelligent*. Cela arrivera, n'en faites aucun doute ; mais cela n'est pas encore arrivé. Pour, sa facilité à tenir sous son regard tous les résultats au moins et toutes les méthodes de toutes les sciences humaines, Henri Poincaré montre qu'être intelligent est encore possible. A la vérité il a bien fait de venir. Demain ou après-demain un Henri Poincaré ne pourra pas naître. Encore je n'en sais rien et j'espère me tromper. Cela reste dans les lois du hasard. » Je crois d'ailleurs que Faguet se trompe ; s'il est vrai que, pour connaître les détails d'une science, comme la chimie, la mécanique ou l'électricité, afin d'en faire des applications nouvelles, il faille une vie entière, pour comprendre les principes généraux des sciences, une intelligence suffisante pourra toujours naître, parce que, comme dit le philosophe viennois Mach, « le rôle de la science est de produire l'économie de pensée, de même que la machine produit l'économie d'effort. »

À ces trois volumes, il faut joindre des articles qui les expliquent ou les préparent. Les uns se rapportent aux hypothèses fondamentales de la géométrie et à la notion d'Espace ; d'autres à la nature du raisonnement mathématique et à la Mesure du temps ; d'autres enfin au calcul des probabilités et au Hasard. Des articles qui touchent au mécanisme même de la pensée, le Travail de l'inconscient, contiennent des vues profondes. H. Poincaré devait faire, au IVe Congrès des mathématiciens tenu à Rome du 6 au 11 avril 1908, une conférence sur l'Avenir des mathématiques ; mais, H. Poincaré étant souffrant, cette conférence fut lue par Darboux à la séance générale du 10 avril 1908.

Sur les nombreuses publications d'H. Poincaré, je ferai seulement deux observations. La première se rapporte à l'article « la Terre tourne-t-elle ? » paru dans le *Bulletin de la Société astronomique de France*, 18e année, mai 1904, p. 216-217, dans lequel Poincaré dit : « Je commence à être un peu agacé de tout le bruit qu'une partie de la presse fait autour de quelques phrases tirées d'un de mes ouvrages[3], et des opinions ridicules qu'elle me prête. » H. Poincaré, toujours rigoureux, s'était demandé, se plaçant au point de vue de la description des mouvements, quelle est la meilleure manière de décrire les mouvements des corps célestes. Il partait de cette

3 *La science et l'hypothèse*. 1902, p. 138-141.

idée, classique dans les éléments, que, pour décrire un mouvement, il faut faire choix d'un système de comparaison rigide regardé comme immobile. Ainsi une roue tourne par rapport à une voiture regardée comme immobile, mais la voiture tourne par rapport à la roue ; un objet qui se déplace sur le pont d'un bateau en marche, se meut par rapport au bateau d'une certaine manière, mais est animé d'un mouvement tout à fait différent par rapport aux rives. Pour décrire les mouvements des corps célestes, il faut donc faire choix d'un système de comparaison. On pourrait prendre pour cela le crâne d'un homme déterminé qui serait alors immobile par définition ; mais ce choix ne serait vraiment pas commode ; on peut prendre la Terre comme le faisaient les Anciens ; on peut prendre, avec Newton, des axes rectangulaires ayant pour origine le centre de gravité du système solaire et dirigés. vers trois des étoiles dites fixes. C'est ce dernier système que l'on prend actuellement ; c'est le plus commode. C'est par rapport à lui que sont établis les principes de la mécanique ; si on considérait la terre comme immobile, les principes de la mécanique seraient modifiés ; ou encore suivant une idée chère à Poincaré, d'après laquelle un même fait peut être expliqué mathématiquement d'une infinité de manières, les principes restant les mêmes, les forces seraient modifiées. La seconde sur laquelle je dois insister est le fait que H. Poincaré a été le précurseur de la théorie de la relativité d'Einstein ; cette théorie a, comme les livres d'H. Poincaré, passionné bien des gens qui ne pouvaient rien y comprendre. On sait que la théorie de la relativité d'Einstein oppose l'espace physique dans lequel la ligne droite est la figure d'un fil tendu à l'espace géométrique des mathématiciens. D'après lui l'espace physique est limité comme la surface de la Terre ; la mécanique ancienne n'est qu'une première approximation. Or H. Poincaré a fait des publications antérieures à celles d'Einstein. La maison Gauthier-Villars réimprime les principaux mémoires que Poincaré a consacrés à la relativité, avec une préface de M. Edouard Guillaume. Nous ne voulons pas donner ici une énumération de ces mémoires.

Le Professeur Juvet de l'université de Neufchâtel fait remarquer que la note « Sur la dynamique de l'Électron » a paru en 1905, quelques jours avant que M. Einstein fît parvenir son fameux mémoire aux Annalen der Physik, et que le mémoire détaillé de Palerme a été reçu au Cercle mathématique quelques jours après ce dernier événement. H. Poincaré n'avait pas eu connaissance des idées qui étaient exprimées dans le mémoire de M. Einstein. Généralement on ne mentionne pas l'importance de ces travaux de Poincaré et on ne dit pas la part qui revient à l'illustre géomètre français dans l'établissement des principaux résultats de la relativité restreinte. Il convient toutefois de citer M. Pauli qui reconnaît l'importance des travaux de Poincaré, dans le très bel article qu'il a consacré aux théories de la relativité dans l'édition allemande de l'Encyclopédie des sciences mathématiques, et M. Kottler qui, dans la même Encyclopédie, écrit ceci : « Hier (il s'agit de la note d'H. Poincaré dans les comptes rendus) wurde zum erstenmal, vor Einstein das 'Postulat' der Relotivität ausgesprochen. » On m'excusera d'avoir cité une phrase d'une autre langue.

Ce n'est pas ici le lieu d'ouvrir une discussion sur la priorité de tel ou de tel savant dans l'édification de la Mécanique nouvelle ; aussi bien n'est-ce pas là le but qu'a poursuivi M. Ed. Guillaume. Mais, ajoute M. Juvet, il n'est que juste pourtant d'insister sur les faits suivants : Poincaré a reconnu l'importance de la transformation de Lorentz, il a formulé indépendamment de M. Einstein et même avant lui, le théorème d'addition des vitesses, il a construit l'électrodynamique des corps en mouvement en la rattachant au groupe de Lorentz et au postulat de la relativité. Enfin il a cherché aussi, et cela immédiatement, à tirer parti de la relativité pour l'explication des phénomènes de la pesanteur.

Nous avons ainsi montré la part revenant à notre compatriote, dans une théorie qui est en train de modifier profondément nos idées sur l'Univers.

Chapitre V

Aperçus sur la personne et sur le caractère d'Henri Poincaré.

Nous avons déjà dit combien Poincaré était accueillant pour tous les travailleurs de bonne volonté. Il les écoutait et souvent leur prêtait des idées plus profondes que celles qu'ils avaient en réalité. Il lui est même arrivé, dans plusieurs notes, d'indiquer comme théorème de tel ou tel des propositions auxquelles tel ou tel n'avait certainement pas pensé. Il avait une très haute idée de la science ; il m'a souvent dit qu'il trouvait la science moins avancée qu'il ne se l'était figuré étant au collège, mais sa foi en 'elle n'était pas diminuée. Il n'aimait pas à entendre parler de la faillite de la science : « Pour la lutte de la vie, il faut deux choses, disait-il : des armes et du courage ; la science nous a promis des armes, elle nous les a données ; si nous n'avons pas le courage de nous en servir, ce n'est pas elle qui fait faillite, c'est nous. »

On comprend qu'il ait pu paraître étrange à des gens qui ne le connaissaient pas intimement. Il m'est arrivé bien souvent de remonter avec lui de l'Institut à la rue Claude-Bernard où il habitait au n°63. Il me parlait des élections académiques auxquelles il s'intéressait beaucoup et de ses recherches mathématiques. En m'entretenant de ses travaux, il y pensait si fortement, qu'il oubliait quelquefois qu'il était avec un ami, et, devant sa porte, il me quittait brusquement sans me dire au revoir ; il aurait été désolé que j'en fusse froissé.

Ce qu'on a appelé ses distractions, c'était précisément l'effet d'une pensée qui s'appliquait avec intensité à un objet abstrait, distinct des réalités matérielles immédiates. M. Frédéric Masson, dans son discours de réception à l'Académie française, a rappelé beaucoup de ces distractions qui lui avaient été racontées par Mme Boutroux. Elles sont devenues presque légendaires. La première qu'on raconte lui est arrivée à l'âge de sept ou huit ans. En marchant dans la rue du Ruisseau qui longeait un ruisseau à découvert, coupé çà et là par de petits ponts, il oublia de traverser en même temps que sa mère et sa sœur ; il continua son chemin sur l'autre rive, mais dès qu'il s'en aperçut, il les rejoignit en ligne droite, en plongeant dans l'eau jusqu'à la ceinture.

... Mais comme l'écrit un de ses élèves, M. Buhl, « Pourquoi insister sur les distractions d'un esprit génial, quand il est évident qu'elles sont en dehors de cet esprit ; ce qu'il faut proposer à l'admiration, c'est plutôt le travail que produisait cette intelligence quand il lui arrivait de perdre la conscience du monde vulgaire. J'imagine qu'un tel homme a dû avoir souvent la sensation qu'il n'était qu'une pensée. »

Il faisait souvent sur un coin de table des calculs préliminaires pour un travail scientifique quelconque ; il disait alors aux siens qu'il lançait des poules d'essai. Il se distrayait de ses travaux par des lectures, auxquelles il prêtait la plus grande attention. Une dame de ma connaissance le vit un jour arriver dans le salon de M^{me} Boutroux, où elle était en visite ; sans prêter attention aux personnes présentes, il questionna sa sœur sur un point qui lui semblait inexact dans le roman de Tolstoï, *La guerre et la paix*. La personne, qui m'a raconté ce fait, avait été très frappée par l'intensité avec laquelle il s'intéressait à cette petite erreur, comme s'il s'agissait d'un événement dont il avait été témoin et qu'on venait de lui raconter en le dénaturant.

Il existait entre le frère et la sœur une grande intimité amicale et intellectuelle. Poincaré avait le don d'apercevoir immédiatement avec le détail particulier à chaque question, l'idée générale dont elle procède et la place qu'elle occupe dans l'ensemble. Il avait cette simplicité, cette horreur de l'effet ; ce bon sens lorrain qu'il a conservés toute sa vie.

Ajouterai-je qu'il était modeste ; tous les vrais savants sont modestes. C'est Poincaré lui-même qui écrivait : « Quand on se mesure à un idéal un peu élevé, on ne peut que se trouver petit. » Il a écrit aussi : « Les savants sont optimistes parce que leur passion leur donne des joies fréquentes en leur épargnant les chagrins ; ils ne se désespèrent pas de ne jamais trouver la vérité et ils s'en consolent aisément puisqu'ils ne sont jamais privés du plaisir de la recherche. La plupart d'entre eux restent jeunes de cœur. Peut-être n'ont-ils pas été aussi jeunes que d'autres, mais ils l'ont été plus longtemps. Leur naïveté même, qui éclate à tous les yeux, est un signe de jeunesse. C'est sans doute que le chagrin seul vieillit et leur passion n'engendre que des joies sans douleur. »

L'extérieur de Poincaré semblait, à ceux qui regardent superficiellement, assez quelconque. De corpulence et de taille moyennes, la face colorée, il marchait la tête penchée en avant, le dos légèrement voûté et son regard parfois semblait presque fixe ; mais l'observateur attentif démêlait vite dans cette physionomie peu mobile quelque chose de très particulier, et comme une vie intérieure qui ne se manifestait aux autres que rarement, faisant ressortir une individualité fortement accusée.

Son esprit avait une prodigieuse activité. Je l'ai vu à la Sorbonne, à l'Académie. Partout, quand on lui demandait de résoudre une difficulté,sa réponse partait avec la rapidité d'une flèche. Il rédigeait un mémoire tout d'un trait. Il nous a donné lui-même, dans le chapitre III de l'ouvrage qu'il a publié sous le titre *Science et méthode*, des renseignements très curieux sur la manière dont il travaillait. Parlant d'une de ses découvertes, il nous dit : « Depuis quinze jours je m'efforçais de démontrer qu'il ne pouvait exister aucune fonction analogue à ce que j'ai appelé depuis les *fonctions fuchsiennes* ; j'étais alors fort ignorant. Tous les jours, je m'asseyais à ma table de travail ; j'y passais une heure ou deux ; j'essayais un grand nombre de combinaisons et je n'arrivais à aucun résultat. Un soir, je pris du café noir, contrairement à mon habitude ; je ne pus m'endormir, les idées surgissaient en foule ; je les sentais comme se heurter, jusqu'à ce que deux d'entre elles s'accrochassent, pour ainsi dire, pour former une combinaison stable. Le matin, j'avais établi l'existence d'une classe de fonctions fuchsiennes, celles qui dérivent de la série hypergéométrique. Je n'eus plus qu'à rédiger les résultats, ce qui me prit quelques heures.

« Je voulus ensuite représenter ces fonctions par le quotient des deux séries ; cette idée fut parfaitement consciente et réfléchie ; l'analogie avec les fonctions elliptiques me guidait. Je me demandai quelles devaient être les propriétés de ces séries, si elles existaient, et j'arrivai sans difficulté à former les séries que j'ai appelées thêtafuchsiennes.

« À ce moment, je quittai Caen, que j'habitais alors, pour prendre part à une course géologique entreprise par l'École des mines. Les péripéties du voyage me firent oublier mes travaux mathématiques ; arrivés à Coutances, nous montâmes dans un omnibus pour je ne sais quelle promenade. Au moment où je mettais le pied sur le marchepied, l'idée me vint, sans que rien dans mes pensées antérieures parût m'y avoir préparé, que les transformations ,dont j'avais fait usage pour définir les fonctions fuchsiennes étaient identiques à celles de la géométrie non euclidienne. Je ne fis pas la vérification, je n'en aurais pas eu le temps puisqu'à peine dans l'omnibus je repris la conversation commencée ; mais j'eus tout de suite une entière certitude. De retour à Caen, je vérifiai le résultat à tête reposée pour l'acquit de ma conscience.

« Je me mis alors à étudier des questions d'arithmétique sans grand résultat apparent et sans soupçonner que cela pût avoir le moindre rapport avec mes études antérieures. Dégoûté de mon insuccès, j'allai passer quelques jours au bord de la mer et je pensai à autre chose. Un jour, en me promenant sur la falaise, l'idée me vint, toujours avec le même caractère de brièveté, de soudaineté et de certitude immédiate, que les transformations arithmétiques des formes quadratiques ternaires indéfinies étaient identiques à celles de la géométrie non euclidienne.

« Étant revenu à Caen, je réfléchis sur ce résultat et j'en tirai les conséquences ; l'exemple des formes quadratiques me montrait qu'il y avait des groupes fuchsiens autres que ceux qui correspondent à la série hypergéométrique, je vis que je pourrais leur appliquer la théorie des fonctions thêtafuchsiennes, et que, par conséquent, il existait des fonctions thêtafuchsiennes autres que celles qui dérivent de la série hypergéométrique, les seules que je connusse jusqu'alors. Je me proposai naturellement de former toutes ces fonctions. J'en fis un siège systématique et j'enlevai, l'un après l'autre, tous les ouvrages avancés ; il y en avait un cependant qui tenait encore et dont la chute devait entraîner celle du corps de place. Mais tous mes efforts ne servirent qu'à me mieux faire connaître la difficulté, ce qui était déjà quelque chose. Tout ce travail fut parfaitement conscient.

« Là-dessus, je partis pour le Mont-Valérien, où je devais faire mon service militaire. J'eus donc des préoccupations très différentes. Un jour, en traversant le boulevard, la solution de la difficulté qui m'avait arrêté m'apparut tout à coup. Je ne cherchai pas à l'approfondir immédiatement, et ce fut seulement après mon service que je repris la question. J'avais tous les éléments ; je n'avais qu'à les rassembler et à les ordonner. Je rédigeai donc mon Mémoire définitif d'un trait et sans aucune peine. »

Devenu populaire, Henri Poincaré connut les avantages et quelquefois les inconvénients de la popularité. Il subissait malgré lui de nombreuses interviews et s'en tirait toujours avec esprit.

En réponse à une enquête de la *Revue Bleue* en 1904 sur la participation des savants à la politique, il écrivait : « Vous me demandez si les savants politiques doivent combattre ou appuyer le bloc ministériel. Ah ! pour le coup, je me récuse, chacun devra voter suivant sa conscience ; je pense que tous ne voteront pas de la même manière et vraiment je ne saurais m'en plaindre. S'il y a des savants dans la politique, il faut qu'il y en ait dans tous les partis, et en effet il est indispensable qu'il y en ait du côté du manche. La science a besoin d'argent ; il ne faut pas que les gens au pouvoir puissent se dire : la science, c'est l'ennemi. »

Poincaré n'aimait pas se lier rapidement avec des inconnus, ce qui lui a valu le reproche de n'être « ni liant, ni confidentiel » ; c'était peut-être vrai. Mais cette réserve est naturelle ; elle s'impose à l'homme ; qui a acquis le droit de ne pas diminuer sa liberté, par de trop nombreuses liaisons.

Si Poincaré a été hors de pair dans les mathématiques, on peut dire qu'il aurait admirablement réussi dans toutes les carrières qu'il aurait pu choisir, mais ses préférences étaient pour les travaux de haute envergure qui ne cessaient de le préoccuper.

« La recherche de la vérité, a-t-il écrit au début de l'introduction de son ouvrage la Valeur de la science, doit être le but de notre activité ; c'est la seule fin qui soit digne d'elle. » Il est indispensable qu'en dehors de la foule qui ne conçoit que l'utile, il y ait des hommes d'élite qui conservent la tradition de la culture scientifique désintéressée. « Ils y trouvent, dit Poincaré, des jouissances analogues à celles que donnent la peinture et la musique. Ils admirent la délicate harmonie du nombre et des formes ; ils s'émerveillent quand une découverte leur ouvre des perspectives inattendues, et la joie qu'ils éprouvent n'a-t-elle pas le caractère esthétique, bien que les sens n'y aient aucune part ? »

La vie entière de Poincaré est une réponse à ceux qui pensent que la science a été crée uniquement en vue de l'action. La vérité doit précéder l'utilité, et, comme nous l'avons déjà dit bien des recherches qui ne semblaient d'abord que des spéculations abstraites, sont à l'origine des découvertes qui ont transformé le monde.

Chapitre VI

L'œuvre morale et sociale d'Henri Poincaré

Henri Poincaré n'appartint à aucun parti politique, et, comme il l'a dit dans l'interview que nous avons rappelée dans le chapitre précédent, il ne pouvait admettre que les savants, même politiciens, fussent d'un parti plutôt que d'un autre : chacun, disait-il, doit voter suivant sa conscience. Il suivit, toute sa vie, ce beau précepte. Assurément il avait ses idées arrêtées sur toutes les questions ; mais, comme il avait pour seul guide sa conscience, ses idées étaient d'accord, tantôt avec les opinions d'un parti, tantôt avec celles d'un autre. Je donnerai quelques renseignements détaillés sur cette partie de son œuvre qui n'exige aucune préparation technique du lecteur.

H. Poincaré publia avec simplicité ses idées sur les questions les plus brûlantes ; il joua ainsi un grand rôle moral et social. Les préoccupations pédagogiques, si importantes dans une démocratie, tiennent chez lui une place privilégiée, C'est ainsi qu'il fit, au Musée pédagogique en 1904, une conférence sur *les Définitions générales en mathématiques*. Dans la revue l'*Enseignement mathématique*, il publia plusieurs articles : le 15 mars 1899, un article sur *la Notation différentielle et l'enseignement*, article dans lequel il recommande et je suis de son avis, de commencer par donne : aux élèves débutants la notion et la notation de la dérivée, réservant la notation différentielle pour plus tard ; le 15 mai 1899, un article sur *la Logique et l'intuition dans la science mathématique et dans l'enseignement*. Il fit paraître, dans *la Revue de métaphysique et de morale*, plusieurs articles qui, du point de vue pédagogique, peuvent être très utiles à des professeurs ; l'un en 1905 sur Cournot et les principes du calcul infinitésimal les autres en janvier 1906 et mai 1906, sur *les Mathématiques et la logique*. Le 11 mai 1903, il présida le dix-neuvième banquet de l'Association générale des étudiants de Paris et Il y prononça une allocution sur *la vérité scientifique et sur la vérité morale.*

Un homme de sa valeur et de sa conscience ne pouvait pas rester indifférent dans la crise de l'affaire Dreyfus qui mettait aux prises le sentiment de la vérité et celui de l'utilité, l'amour de l'armée et l'amour de la justice. L'amour de la vérité et de la justice l'emporta, parce que, dans les conflits de conscience, c'est toujours le sentiment le plus universel qui finit par prévaloir.

Quand on sut que Dreyfus avait été condamné sur des documents inconnus de la défense, Poincaré me dit à l'Académie : « L'énormité de l'accusation a probablement détruit le sens critique chez les juges. » Puis il n'en parla plus, se cantonnant dans un silence absolu, mais, quand M. Bertillon invoqua le calcul des probabilités, H. Poincaré ne put s'empêcher de dire ce qu'il pensait. Au procès de Rennes, on lut de lui une lettre qui se terminait ainsi : « En résumé les calculs de M. Bernard[4] sont exacts, ceux de M. Bertillon ne le sont pas. Le seraient-

4 M. Bernard, ingénieur des mines, avait fait un travail contredisant les calculs de Bertillon.

ils, qu'aucune conclusion ne serait pour cela légitime, parce que l'application du calcul des probabilités aux sciences morales est, comme l'a dit je ne sais plus qui, le scandale des mathématiques, parce que, Laplace et Condorcet qui calculaient bien, eux, sont arrivés à des résultats dénués de sens commun ! Rien de tout cela n'a de caractère scientifique, et je ne puis comprendre vos inquiétudes. Je ne sais si l'accusé sera condamné, mais, s'il l'est, ce sera sur d'autres preuves. Il est impossible qu'une telle argumentation fasse quelque impression sur des hommes sans parti pris et qui ont reçu une éducation scientifique solide. »

Lors de sa dernière enquête, la Cour de cassation voulant avoir un avis scientifique sur les affirmations de M. Bertillon, relatives au bordereau à la soi-disant confection géométrique du mot intérêt et à l'application du calcul des probabilités nomma trois experts mathématiciens, qui furent Darboux, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, pour la division des sciences mathématiques, Poincaré, président de l'Académie des Sciences et moi, qui étais alors doyen de la Faculté de sciences. Les experts prêtèrent serment à la Cour de cassation entre les mains du procureur général. Ils furent mis ensuite en possession du dossier et leur examen commença. Les trois experts ne cessèrent à aucun moment être entièrement d'accord. Les conclusions de l'expertise furent rédigées par Poincaré. On les trouvera dans l'enquête de la Cour de cassation. Pendant toute la durée de l'expertise, Poincaré montra une certaine impatience provenant de ce que les questions qui lui étaient soumises étaient trop élémentaires. Néanmoins, il les examina avec la rigueur scientifique et la parfaite conscience qu'il mettait en toutes choses sur sa proposition, une séance de mesures rigoureuses eut lieu à l'observatoire de Paris, avec les instruments de précision servant à mesurer les clichés de la carte du ciel.

Le 26 juin 1912, il prononça, à la première assemblée de la Ligue française d'éducation morale, un éloquent discours que je reproduis en entier, parce qu'il montre la magnifique nature morale de l'orateur :

« Mesdames,

« Messieurs,

« L'Assemblée d'aujourd'hui réunit des hommes dont les idées sont fort différentes et que rapprochent seulement une commune bonne volonté et un égal désir du bien ; je ne doute pas néanmoins qu'ils ne s'entendent facilement, car s'ils n'ont pas le même avis sur les moyens, ils sont d'accord sur le but à atteindre, et c'est cela seul qui importe.

« On a pu lire récemment, on peut lire encore sur les murs de Paris des affiches qui annoncent une conférence contradictoire sur le « conflit des morales », Ce conflit existe-t-il, devrait-il exister ? Non. La morale peut s'appuyer sur une foule de raisons ; il y en a qui sont transcendantes, ce sont peut-être les meilleures et à coup sûr les plus nobles, mais ce sont celles dont on dispute ; il y en a une du moins, peut-être un peu plus terre à terre, sur laquelle nous ne pouvons pas ne pas être d'accord.

« La vie de l'homme, en effet, est une lutte continuelle ; contre lui se dressent des forces aveugles, sans doute, mais redoutables qui le terrasseraient promptement, qui le feraient périr, l'accableraient de mille misères, s'il n'était constamment debout pour leur résister.

« Si nous jouissons parfois d'un repos relatif, c'est parce que nos pères ont beaucoup lutté ; que notre énergie, que notre vigilance se relâchent un instant, et nous perdrons tout le fruit de leurs luttes, tout ce qu'ils ont gagné pour nous. L'humanité est donc comme une armée en guerre ; or, toute armée a besoin d'une discipline, et il ne suffit pas qu'elle s'y soumette le jour du combat ; elle doit s'y plier dès le temps de la paix ; sans cela, sa perte est certaine, et il n'y aura pas de bravoure qui puisse la sauver.

« Ce que je viens de dire s'applique tout aussi bien à la lutte que l'humanité doit soutenir pour la vie : la discipline qu'elle doit accepter s'appelle la morale. Le jour où elle l'oublierait,elle serait vaincue d'avance et plongée dans un abîme de maux. Ce jour-là d'ailleurs, elle subirait une déchéance elle se sentirait moins belle et, pour ainsi dire, plus petite. On devrait s'en affliger non seulement à cause des maux qui suivraient, mais parce que ce serait l'obscurcissement d'une beauté.

« Sur tous ces points, nous pensons tous de même, nous savons tous où il faut aller ; pourquoi nous divisons-nous lorsqu'il s'agit de savoir par où l'on doit passer ? Si les raisonnements pouvaient quelque chose, l'accord serait facile ; les mathématiciens ne se disputent jamais quand il s'agit de savoir comment on doit démontrer un théorème, mais il s'agit ici de tout autre chose. Faire de la morale avec des raisonnements, c'est perdre sa peine ; en pareille matière, il n'y a pas de raisonnement auquel on ne puisse répliquer.

« Expliquez au soldat combien de maux en. gendre la défaite, et qu'elle compromettra même sa sécurité personnelle, il pourra toujours répondre que cette sécurité sera encore mieux garantie si ce sont les autres qui se battent. Si le soldat ne répond pas ainsi, c'est qu'il est mû par je ne sais quelle force qui fait taire tous les raisonnements. Ce qu'il nous faut, ce sont des forces comme celle-là. Or, l'âme humaine est un réservoir inépuisable de forces, une source féconde, une riche source d'énergie motrice ; cette énergie motrice, ce sont les sentiments, et il faut que les moralistes captent pour ainsi dire ces forces et les dirigent dans le bon sens, de même que les ingénieurs domptent les énergies naturelles et les plient aux besoins de l'industrie.

« Mais, c'est là que naît la diversité : pour faire marcher une même machine, les ingénieurs peuvent indifféremment faire appel à la vapeur ou à la force hydraulique ; de même, les professeurs de morale pourront, à leur gré, mettre en branle l'une ou l'autre des forces psychologiques. Chacun d'eux choisira naturellement la force qu'il sent en lui ; quant à celles qui lui pourraient venir du dehors, ou qu'il emprunterait au voisin, il ne les manierait que maladroitement ; elles seraient entre ses mains sans vie et sans efficacité ; il Y renoncera, et il aura raison. C'est parce que leurs armes sont diverses que leurs méthodes doivent l'être : pourquoi s'en voudraient-ils mutuellement ?

« Et cependant, c'est toujours la même morale que l'on enseigne. Que vous visiez l'utilité générale, que vous fassiez appel à la pitié ou au sentiment de la dignité humaine, vous aboutirez toujours aux mêmes préceptes, à ceux que l'on ne peut oublier sans que les nations périssent, sans qu'en même temps les souffrances se multiplient et que l'homme se mette à déchoir.

« Pourquoi donc tous ces hommes qui, avec des armes différentes, combattent le même ennemi, se rappellent-ils si rarement qu'ils sont des alliés ? Pourquoi les uns se réjouissent-ils parfois des défaites des autres ? Oublient-ils que chacune de ces défaites est un triomphe de l'adversaire éternel, une diminution du patrimoine commun ? Oh ! non, nous avons trop besoin de toutes nos forces pour avoir le droit d'en négliger aucune ; aussi, nous ne repoussons personne, nous ne proscrivons que la haine.

« Certes, la haine aussi est une force, une force très puissante ; mais nous ne pouvons nous en servir, parce qu'elle rapetisse, parce qu'elle est comme une lorgnette dans laquelle on ne peut regarder que par le gros bout ; même de peuple à peuple, la haine est néfaste, et ce n'est pas elle qui fait les vrais héros. Je ne sais si, au-delà de certaines frontières, on croit trouver avantage à faire du patriotisme avec de la haine ; mais cela est contraire aux instincts de notre race et à ses traditions. Les armées françaises se sont toujours battues pour quelqu'un ou pour quelque chose, et non pas contre quelqu'un ; elles ne se sont pas moins bien battues pour cela.

« Si, à l'intérieur, les partis oublient les grandes idées qui faisaient leur honneur et leur raison d'être pour ne se rappeler que leur haine, si l'un dit : « Je suis anti-ceci », et que l'autre réponde : « Moi, je suis anti-cela », immédiatement l'horizon se rétrécit, comme si des nuages s'étaient abattus et avaient voilé les sommets ; les moyens les plus vils sont employés, on ne recule ni devant la calomnie, ni devant la délation, et ceux qui s'en étonnent deviennent des suspects. On voit surgir des gens qui semblent n'avoir plus d'intelligence que pour mentir, de cœur que pour trahir. Et des âmes qui ne sont point vulgaires, pour peu qu'elles s'abritent sous le même drapeau, leur réservent des trésors d'indulgence et parfois d'admiration. Et, en face de tant de haines opposées, on hésite à souhaiter la défaite de l'une, qui serait le triomphe des autres.

« Voilà tout ce que peut la haine, et c'est justement ce que nous ne voulons pas. Rapprochons-nous donc, apprenons à nous connaître et, par là, à nous estimer, pour poursuivre l'idéal commun. Gardons-nous d'imposer à tous des moyens uniformes, cela est irréalisable, et d'ailleurs, cela n'est pas à désirer : l'uniformité, c'est la mort, parce que c'est la porte close à tout progrès ; et puis, toute contrainte est stérile et odieuse.

« Les hommes sont divers, il y en a qui sont rebelles, qu'un seul mot peut toucher et que tout le reste laisse indifférents ; je ne puis savoir si ce mot décisif n'est pas celui que vous allez dire, et je vous interdirais de le prononcer !... Mais alors, vous voyez le danger : ces hommes, qui n'auront pas reçu la même éducation sont appelés à se heurter dans la vie ; sous ces chocs répétés, leurs âmes vont s'ébranler, se modifier, peut-être changeront-elles de foi ; qu'arrivera-t-il, si les idées nouvelles qu'ils vont adopter sont celles que leurs maîtres anciens leur représentaient comme la négation même de la morale ? Cette habitude d'esprit se perdra-t-elle en un jour ? En même temps, leurs nouveaux amis ne leur apprendront pas seulement à rejeter ce qu'ils ont adoré mais à le mépriser ; ils ne conserveront pas, pour les idées généreuses qui ont bercé leurs âmes, ce souvenir attendri qui survit à la foi. Dans cette ruine générale, leur idéal moral risque d'être entraîné ; trop vieux pour subir une éducation nouvelle, ils perdront les fruits de l'ancienne !

« Ce danger serait conjuré, ou du moins atténué. Si nous apprenions à ne parler qu'avec respect de tous les efforts sincères que d'autres font à côté de nous ; ce respect nous serait facile si nous nous connaissions mieux.

« Et c'est justement là l'objet de la Ligue d'éducation morale. La fête d'aujourd'hui, les discours que vous venez d'entendre, vous prouvent suffisamment qu'il est possible d'avoir une foi ardente et de rendre justice à la foi d'autrui, et qu'en somme, sous des uniformes différents nous ne sommes pour ainsi dire, que les divers corps d'une même arme qui combattent côte à côte. »

Il nous reste maintenant à parler des honneurs académiques qui ont été prodigués au grand homme.

Chapitre VII

Les Académies

Le 31 janvier 1887, H. Poincaré, qui avait trente-trois ans à peine, était nommé membre de l'Académie des Sciences de Paris, dans la section de géométrie, par 31 voix contre 24 données au colonel Mannheim, professeur de géométrie à l'École polytechnique, auteur de b~aux travaux de géométrie. Malgré une grande différence d'âge entre les deux concurrents, l'Académie nomma H. Poincaré, qui s'imposait par ses travaux géniaux. Nous n'avons pas à refaire ici l'analyse de l'œuvre scientifique de Poincaré, depuis son entrée à l'Académie des Sciences ; elle a été présentée dans le courant du volume. On sait que, chaque année, dans la séance publique, l'un des secrétaires perpétuels choisit un membre décédé, dont la vie et l'œuvre sont particulièrement intéressantes, pour prononcer son éloge. Dans la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences, du 15 décembre

1913, le secrétaire perpétuel de l'Académie pour la division des sciences mathématiques, Gaston Darboux, prononça l'éloge historique d'Henri Poincaré. Nous empruntons à cet éloge le passage suivant :

« Comme il est naturel, tant de publications éclatantes sur tant de sujets divers avaient répandu dans le monde entier ,la renommée de notre confrère. Il appartenait, à divers titres, à une quarantaine d'Académies ou de Sociétés savantes, françaises ou étrangères. A l'occasion de divers anniversaires, il avait reçu des diplômes de docteur des Universités de Cambridge, Christiania, Kolozsvar, Oxford, Glasgow, Bruxelles, Stockholm, Berlin. La Société royale astronomique lui décerna en 1900 sa médaille d'or, qui lui fut remise en séance solennelle par le regretté sir George Darwin, à qui ses recherches personnelles permettaient d'admirer avec le. plus de compétence les découvertes astronomiques de notre compatriote. Un an après, la Société royale de Londres lui décernait la médaille Sylvester. En 1904 il recevait la médaille d'or Lobatchevski, de la Société physico-mathématique de Kazan. En 1905, sur la proposition d'une Commission internationale où j'avais l'honneur de représenter notre pays, l'Académie hongroise des sciences lui décernait le grand prix Bolyai, qu'elle avait fondé en l'honneur des deux illustres savants de ce nom, le père et le fils, et qu'elle avait à attribuer pour la première fois. La France ne restait pas en arrière. Si le peu de temps qui s'écoula entre ses débuts et son élection ne permit pas à notre Académie de lui faire parcourir toute la gamme des prix dont elle dispose, elle lui décerna cependant en 1885 le prix Poncelet et en 1896, alors qu'il nous appartenait, le prix Jean Reynaud, sur le désir exprimé par la fondatrice de ce dernier prix. Il fut nommé, en 1893, membre du Bureau des longitudes, au titre de l'Académie des Sciences. Enfin, en 1908, peu après la mort de Berthelot, l'Académie française lui décerna le suprême honneur, en l'appelant à occuper le fauteuil du grand poète Sully-Prudhomme. »

L'Académie française a établi la tradition plus que trois fois séculaire d'élire un membre de l'Académie des sciences, chaque fois qu'elle a vu s'y élever un homme d'un mérite exceptionnel ; en effet, elle tient à rester ouverte à toutes les illustrations nationales, et, en outre, elle a plus besoin que jamais, pour la confection du fameux dictionnaire de savants pouvant l'éclairer sur la signification des mots nouveaux que les sciences et l'industrie fournissent à la langue française, Parmi ces hommes de science, l'Académie a ainsi nommé d'Alembert, Laplace, Cuvier, Fourier, Flourens, Biot, Claude Bernard, J.-B. Dumas, Joseph Bertrand, Pasteur, Berthelot. Ces hommes ont été mathématiciens, astronomes, physiciens, chimistes, naturalistes ; mais ce n'est pas en raison de leur spécialité qu'ils ont été nommés, c'est comme représentants des sciences, comme capables de s'élever au-dessus de leur spécialité et de joindre à une situation scientifique hors de pair des qualités en quelque sorte humaines qui les plaçaient au premier rang. Henri Poincaré a été élu dans cette noble lignée.

H. Poincaré remplaçait Sully-Prudhomme dont il devait prononcer l'éloge. On trouvera sa notice sur Sully-Prudhomme dans le volume intitulé Savants et écrivains, volume dans lequel Poincaré parle également de Gréard, de Curie, de Brouardel, de Laguerre, de Cornu, d'Hermite, d'Halphen, de Tisserand, de Joseph Bertrand, de Berthelot, de Faye, de Potier, de Weierstrass, de lord Kelvin, de Loewy, et enfin des polytechniciens du dix-neuvième siècle.

Le 28 janvier 1909, Henri Poincaré prenait séance à l'Académie française ; après qu'il eut lu le compliment d'usage et son discours sur Sully-Prudhomme, Frédéric Masson lui répondit. J'ai déjà cité plusieurs passages de cette réponse ; en voici le début :

« Monsieur,

« Lorsque vous avez sollicité d'être admis dans notre Compagnie, vous faisiez déjà partie de trente-cinq Académies. Elles vous avaient spontanément recherché ou elles vous avaient accueilli avec un empressement marqué. Où que vous alliez dans le monde, vous êtes assuré de trouver des confrères qui s'honorent d'autant plus de célébrer votre venue qu'ils en reçoivent l'apparence d'avoir compris vos travaux. En France, vous êtes « le maître » pour quiconque participe aux études mathématiques ; vous présentez dans notre pays l'unique exemple d'une supériorité unanimement reconnue, et votre réputation, formée dès vos débuts par vos camarades de l'École polytechnique, soutenue par vos collègues de la Sorbonne, répandue par vos confrères de l'Académie des Sciences, proclamée plébiscitairement par les savants de l'Europe entière, s'est établie comme un axiome ; celui-là, monsieur, vous ne le contesterez pas. »

Je ne puis mieux terminer ce chapitre que par une phrase d'H. Poincaré qui nous ouvre le fond de sa belle conscience :

« Le savant digne de ce nom, le géomètre surtout, nous dit-il, éprouve en face de son œuvre la même impression que l'artiste ; sa jouissance est aussi grande et de même nature. Si je n'écrivais pas pour un public amoureux de la science, je n'oserais pas m'exprimer ainsi ; je redouterais l'incrédulité des profanes. Mais ici, je puis dire toute ma pensée. Si nous travaillons c'est moins pour obtenir ces résultats positifs auxquels le vulgaire nous croit uniquement attachés, que pour ressentir cette émotion esthétique et la communiquer à ceux qui sont capables de l'éprouver. »

Chapitre VIII

La mort

Henri Poincaré est mort le 17 juillet 1912. Ce coup cruel et inattendu a été senti par la France et par le monde entier. Henri Poincaré avait, pendant cette année, déployé une activité peut-être plus grande encore que pendant les années précédentes. Il avait fait plusieurs voyages et c'est à Rome, au cours d'un congrès international des mathématiciens, qu'il avait ressenti les premières atteintes du mal qui devait causer sa mort. Une hypertrophie de la prostate avait été constatée et rapidement conjurée grâce à l'habileté des chirurgiens italiens. Le discours qu'il avait préparé dut être lu par Darboux, professeur de géométrie supérieure à la Sorbonne.

C'est cette même année que, le 26 juin, il prononça à la première assemblée de la Ligue française d'éducation morale l'éloquent discours que nous avons reproduit.

Ni lui ni personne ne se doutait à ce moment-là que si peu de semaines le séparaient de la mort. On a dit que depuis cette époque il avait de noirs pressentiments. Je ne m'en suis pas aperçu et je n'ai jamais remarqué qu'il ait paru réellement affecté.

Les accidents de Rome se reproduisirent et s'aggravèrent. Une opération fut envisagée et décidée. Le jeudi 4 juillet, il présida le Conseil des Observatoires ; il s'y montra plus nerveux que de coutume. Darboux dit dans l'éloge de Poincaré prononcé à l'Académie des Sciences le 15 décembre 1913, qu'à la sortie de la séance, après l'avoir mis au courant de la décision des médecins, il se montra cependant plein de confiance dans l'avenir et parla même d'un voyage qu'il voulait faire à Hambourg pour le cinquantenaire de l'Association géodésique internationale, où il était délégué par le gouvernement français.

Le samedi suivant, le 6 juillet, il vint au Conseil de la Faculté ; il lut sur les travaux de Cartan un rapport qui, par la nature même du sujet, fut un exposé de ses vues personnelles sur la théorie des groupes. Ce rapport a été publié par Mittag-Leffler, le savant professeur de l'université de Stockholm, dans les Acta mathematica. En sortant de la réunion, Poincaré me dit : « J'entre demain à la maison de santé. »

L'opération eut lieu le 9 juillet ; tout faisait penser qu'elle avait réussi : sa famille, ses amis se réjouissaient des nouvelles satisfaisantes ; on perdait toute inquiétude, quand, brusquement, survint une embolie qui amena la mort, et détruisit en un instant ce cerveau génial, qui avait été capable de contenir et d'accroître l'ensemble des vérités amassées par l'effort millénaire et concerté des autres hommes.

On peut répéter, à cette occasion, ce qu'il a dit lui-même après la mort de Curie : « Il n'était pas un Français, si ignorant qu'il fût, qui ne sentit plus ou moins confusément quelle force la patrie et l'humanité venaient de perdre. »

« Henri Poincaré, a dit Paul Painlevé, était vraiment le cerveau vivant des sciences rationnelles. Mathématiques, astronomie, physique, cosmogonie, géodésie, il a tout embrassé, tout pénétré, tout approfondi. Inventeur incomparable, il ne s'est pas borné à suivre ses aspirations, à ouvrir des voies inattendues, à découvrir dans l'univers abstrait des mathématiques mainte 'terre inconnue. Partout où la raison d'un homme a su se glisser, si subtils, si hérissés qu'aient été ses chemins, qu'il s'agît de télégraphie sans fil, de phénomènes radiologiques ou de la naissance de la Terre, Henri Poincaré s'est glissé près de lui pour aider et prolonger ses recherches, pour suivre le précieux filon.

« Avec le grand mathématicien français disparaît donc le seul homme dont la pensée fût capable de faire tenir en elle toutes les autres pensées, de comprendre jusqu'au fond, et par une sorte de découverte renouvelée, tout ce que la pensée humaine peut aujourd'hui comprendre. Et c'est pourquoi cette disparition prématurée, en pleine force intellectuelle, est un désastre. Des découvertes seront retardées, des tâtonnements se prolongeront parce que le cerveau puissant et lumineux ne sera plus là pour rapprocher des recherches qui s'ignorent, ou pour jeter, dans le monde de faits obscurs brusquement révélés par l'expérience, le coup de sonde hardi d'une théorie nouvelle. »

Henri Poincaré a rempli jusqu'à la fin son devoir, il travaillait pour la vérité, pour la science, mais aussi pour la patrie. Tout jeune il avait vu sa ville natale envahie, puis sa province mutilée ; il avait, suivant l'émouvante image de Jules Ferry, entendu monter derrière la crête bleue des Vosges, les lamentations des vaincus. S'il n'a pas eu comme les Français de 1918 la joie de la victoire du droit et de la libération de l'Alsace et de la Lorraine annexées, on peut dire qu'il n'en a jamais désespéré. Son amour de la patrie éclate dans ces mots qu'il écrivait quelques mois avant sa mort : « Quand on nous demande de justifier par des raisons notre amour pour la patrie, nous pouvons être très embarrassés, mais que nous nous représentions par la, pensée notre armée vaincue, la France envahie, tout notre cœur se soulèvera, les larmes nous monteront aux yeux et nous n'écouterons plus rien. Et si certaines gens accumulent aujourd'hui tant de sophismes, c'est sans doute qu'ils n'ont pas assez d'imagination ; ils ne peuvent se représenter tous ces maux, et si le malheur ou quelque punition du ciel voulait qu'ils les vissent de leurs yeux, leur âme se révolterait comme la nôtre. »

La vie de Poincaré a été une méditation intense et ininterrompue. Elle a été consacrée uniquement au travail scientifique et à la famille. Elle demeurera un sujet d'admiration et un exemple pour la jeunesse de France.